

## ATENUAÇÃO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO – UM TUTORIAL

*Marcello Praça Gomes da Silva\**

### RESUMO

*Este artigo trata da questão da medição da atenuação em uma linha de transmissão operando no modo de propagação TEM (Transversal Eletro-Magnético) como por exemplo o cabo coaxial, o fio duplo plano para TV ou pares trançados para linhas telefônicas.*

### ABSTRACT

*This paper deals with the measurement of the attenuation in a transmission line operating in TEM mode (Transverse Electro-Magnetic) for instance the coaxial line, 300-ohm twin lead for TV or twisted pairs for telephone lines.*

### INTRODUÇÃO

Atenuação é a perda de energia de uma onda eletromagnética à medida em que a mesma se propaga por um meio (o espaço livre no caso das ondas de rádio ou uma linha de transmissão – LT – no caso das ondas guiadas). Ao término do percurso temos que a energia existente será menor do que aquela presente no início do percurso. Uma definição formal seria:

---

\* Engenheiro de Telecomunicações Sênior da NEXTEL Telecomunicações Ltda.

– Atenuação é a perda por inserção (IL – Insertion Loss) quando o coeficiente de reflexão no gerador e na carga é nulo (linha casada na entrada e na saída).

A atenuação é definida matematicamente como sendo a razão entre a potência de entrada ( $P_{in}$ ) e a de saída ( $P_{out}$ ). Assim sendo

$$A = \frac{P_{in}}{P_{out}} \quad (1.1.)$$

onde  $P_{out}$  é no MÁXIMO igual à  $P_{in}$  (caso de uma LT sem perdas).

É comum expressarmos (1.1.) em decibéis e, neste caso, temos:

$$A(\text{dB}) = 10 \log_{10} \left( \frac{P_{in}}{P_{out}} \right) \quad (1.2.)$$

Desenvolvendo o logaritmando de (1.2.), vem que:

$$A(\text{dB}) = 20 \log_{10} \left( \frac{|U_{in}|}{|U_{out}|} \right) + 10 \log_{10} \left( \frac{Z_{out}}{Z_{in}} \right) \quad (1.3.)$$

## ATENUAÇÃO NAS LTs

O modelo elétrico para LTs operando no modo TEM possui quatro parâmetros característicos que constituem uma célula da referida linha. Os mesmos são:

R = Resistência no braço série, em ohms por unidade de comprimento;

L = Indutância no braço série, em henries por unidade de comprimento;

G = Condutância no braço *shunt* (ou braço paralelo), em siemens por unidade de comprimento;

C = Capacitância no braço *shunt*, em farads por unidade de comprimento.

Todos esses parâmetros são distribuídos, ou seja, são dados em valores por unidade de comprimento (metros, quilômetros, jardas, pés). A figura 1 nos mostra uma célula de LT na topologia L. É comum que se usem também células nas topologias T e Pi. As figuras 2 e 3 ilustram as mesmas.

A expressão teórica que fornece a atenuação em função de R, L, G, C e da frequência de operação é dada pela equação (2.1.).

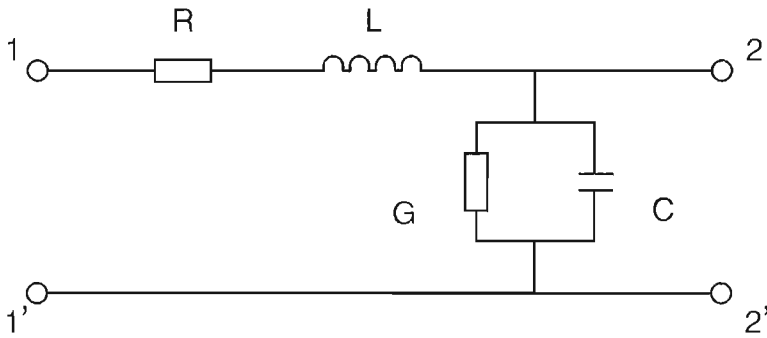


Figura 1: Célula de Linha de Transmissão na Topologia L

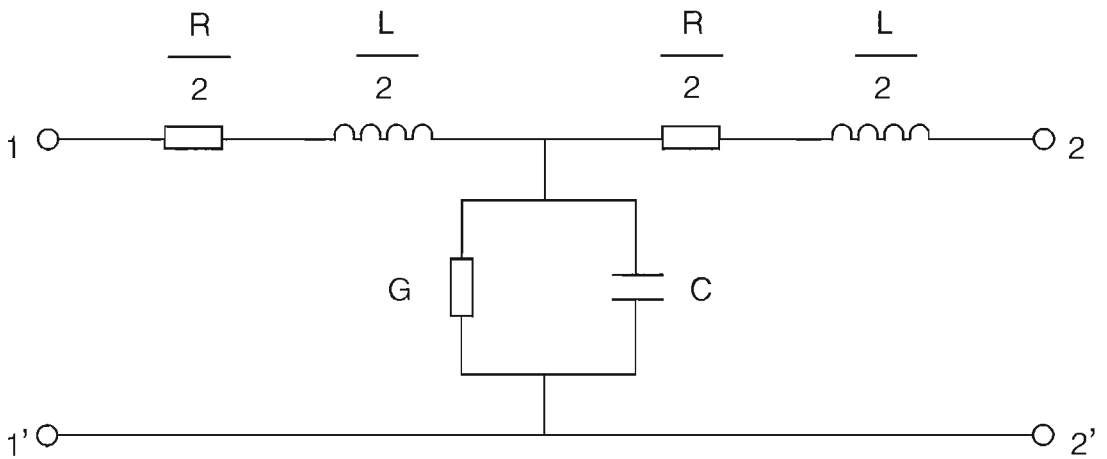


Figura 2: Célula de Linha de Transmissão na Topologia T

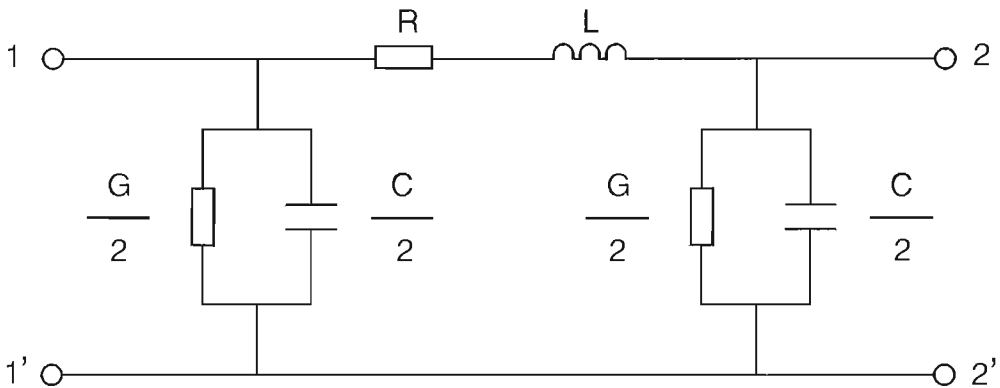


Figura 3: Célula de Linha de Transmissão na Topologia Pi

$$\alpha_N = \sqrt{\frac{1}{2} \sqrt{(R^2 + w^2 \cdot L^2) \cdot (G^2 + w^2 \cdot C^2)} + R \cdot G - w^2 \cdot L \cdot C} \quad (2.1.)$$

onde  $\alpha_N$  (dado em nepers por unidade de comprimento – Np/uc) é a parte real da constante de propagação complexa gama e é denominada constante de atenuação ( $\alpha_N = \text{Re} [\delta] = \text{Re}\{\text{SQRT}[(R + jwL) \cdot (G + jwC)]\}$ ). Se quisermos exprimir  $\alpha_N$  em dB/uc ao invés de Np/uc temos que multiplicar  $\alpha_N$  por 8,686.

Podemos perceber que a atenuação é diretamente proporcional à frequência de operação. Quanto mais elevada for  $w$  (rad/s) maior será o valor de  $\alpha_N$ .

Caso os parâmetros de linha  $R$  e  $G$  forem pequenos (porém não forem desprezíveis) em comparação com  $wL$  e  $wC$ , respectivamente, podemos aproximar a equação (2.1.) por (2.2.) obtendo então

$$\alpha_N \approx \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} + \frac{G}{2} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (\text{Np/uc}) \quad (2.2.)$$

que é a expressão adequada para o tratamento de uma LT com baixas perdas. A primeira parte de (2.2.) dá a contribuição devida à perda série enquanto que a segunda parte fornece àquela devida à perda *shunt*.

Um caso especial de (2.2.) ocorre quando temos o produto

$$R \cdot C = G \cdot L \quad (2.3.)$$

que é dita ser a “Condição de Heaviside para uma Linha sem Distorção”. Nesse caso  $\alpha_N$  vale:

$$\alpha_N = R \sqrt{\frac{C}{L}} = G \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{RG} \quad (\text{Np/uc}) \quad (2.4.)$$

É comum se fazer uso da equação 2.5. para se calcular o valor do coeficiente de atenuação em uma dada frequência de operação quando uma onda eletromagnética propaga-se em um determinado cabo. Os valores assumidos pelos coeficientes  $\alpha_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) variarão conforme as características do cabo em questão. Nesta equação  $f$  é dada em MHz e os alfas (não confundir com  $\alpha_N$ ) em dB/km.

$$\alpha(f) = \alpha_1 + \alpha_2 \cdot \sqrt{f} + \alpha_3 \cdot f \quad (2.5.)$$

Para coaxiais de 1,2/4,4 mm, por exemplo, teremos  $\alpha_1 = 0,07$ ;  $\alpha_2 = 5,15$  e  $\alpha_3 = 0,005$ . Neste caso (2.5.) deve ser utilizada para valores de  $f$  maiores ou iguais à 2 MHz. A figura 4. mostra o gráfico de  $\alpha(f)$  (dB/km) versus  $f$  (MHz) no caso da linha de 1,2/4,4. O valor nominal de  $\alpha$  para 4,5 MHz, por exemplo, é 11 dB/km. Usando-se (2.5.) chegamos a um valor que fornece um erro percentual relativo inferior à 0,2%. Já para  $f = 1$  MHz (valor nominal de  $\alpha$  igual à 5,3 dB/km) o erro percentual relativo é 1,4%.

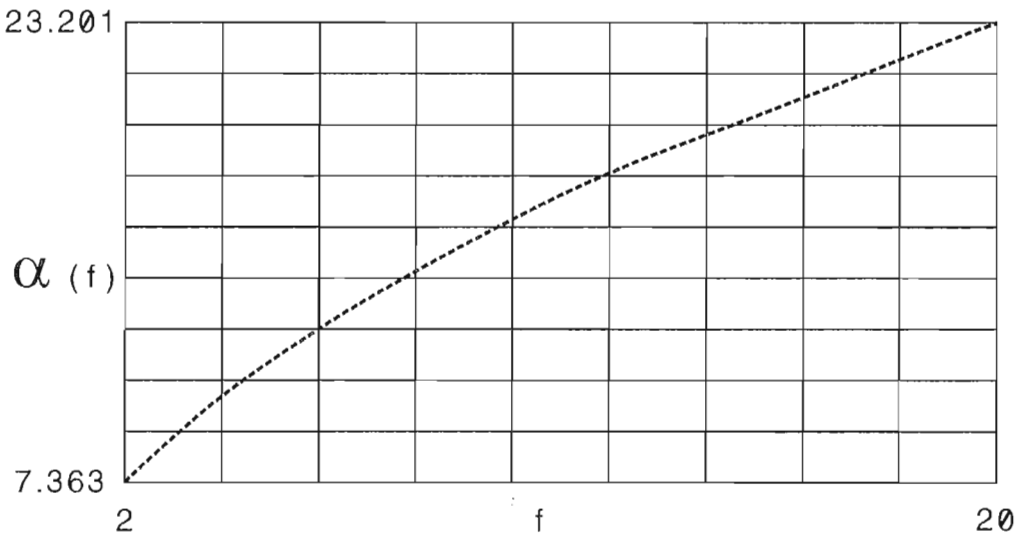


Figura 4:  $\alpha(f)$  versus  $f$  em Linha 1,2/4,4

Caso estejamos usando um coaxial diferente do anterior além de termos novos valores para os alfas teremos também um novo valor para o limite inferior de validade de frequência da equação (2.5.). Assim sendo, para as linhas coaxiais de 2,6/9,5 mm temos:  $\alpha_1 = 0,01$ ;  $\alpha_2 = 2,3$  e  $\alpha_3 = 0,003$  e (2.5.) deve ser empregada a partir de 1 MHz.

Um parâmetro importante na Teoria das LTs é chamado Distorção de Atenuação (AD – Attenuation Distortion) e é definido como sendo a razão entre os valores dos coeficientes de atenuação nas frequências  $f_2$  e  $f_1$ , ou seja

$$AD = \frac{\alpha_{(f_2)}}{\alpha_{(f_1)}} \tag{2.6.}$$

AD mede o quanto varia o coeficiente de atenuação quando passamos de uma dada frequência para uma outra qualquer. Se a razão entre  $f_2$  e  $f_1$  ( $= f_2/f_1$ ) for igual à  $n$  teremos diferentes valores para AD ao variarmos  $f_2$  e  $f_1$  (porém mantendo  $n$  constante).

São estabelecidos limites máximos para AD a serem garantidos pelos fabricantes. Como já vimos que AD varia com a frequência são especificadas quais devem ser as frequências  $f_1$  e  $f_2$ , não bastando que se especifique tão-somente o valor de  $n$ .

## MEDIÇÃO DO VALOR DE A

Para medirmos A basta que sejam seguidos os procedimentos descritos a seguir na ordem estabelecida.

1) Conectar uma extremidade da LT a um gerador de nível (*level generator*) e a outra extremidade a um medidor de nível seletivo (*selective level meter*);

2) Ajustar o nível de saída e a frequência  $f$  (de onda senoidal) para os valores desejados. Fechar o circuito e anotar o valor do nível lido no seletivo;

3) A atenuação da LT na frequência  $f$  será a diferença, dada em decibéis, entre o valor do sinal aplicado à sua entrada e do medido à sua saída (dados em dBm, por exemplo).

Este método nos permite apenas avaliar qual o valor numérico da atenuação em uma dada frequência  $f$  para um certo comprimento da LT. Se desejarmos avaliar (e plotar) uma curva de A versus  $f$  é necessário o ajuste do gerador de níveis para diversas frequências de saída e o correspondente ajuste no seletivo (método ponto a ponto). Com esta tabela de valores aplicamos um método de interpolação numérica com o intuito de obtermos a curva final (aproximada). Para os leitores interessados em um maior aprofundamento em interpolação sugiro a referência “Steffensen, J. F. Interpolation. Chelsea Publishing Company, New York, 1950” como uma valiosa fonte de consulta.

Vamos supor que os valores listados na tabela 1 foram obtidos seguindo o procedimento anteriormente descrito.

Frequência (MHz)	1	2	3	5	7	10	20
Atenuação (dB)	0,18	0,26	0,32	0,42	0,50	0,60	0,85

Tabela 1: Valores de A versus f para uma LT Hipotética de Comprimento L em uma Temperatura Ambiente T

A fórmula de Lagrange para o polinômio interpolador (Interpolação Polinomial) foi calculada, neste caso, como sendo:

$$\begin{aligned}
 A(f) = & -0,000001483 f^6 + 0,000069302 f^5 - 0,001191938 f^4 + \\
 & + 0,009960495 f^3 - 0,045755317 f^2 + 0,163366623 f^1 + \\
 & + 0,053552318
 \end{aligned}
 \tag{3.1.}$$

Como vemos trata-se de um polinômio do sexto grau. Assim sendo podemos agora calcular qualquer valor de atenuação para uma faixa de frequências compreendida entre os extremos 1 e 20 megahertz. Como exemplo temos que a atenuação para  $f = 4$  MHz vale 0,37 dB. Conforme era de se esperar tal valor está compreendido entre  $A(3)$  e  $A(5)$ .

Obviamente não devemos usar este polinômio fora de sua faixa de validade, ou seja, não devemos efetuar extrapolações. Como na parte superior da banda de interesse somente temos os valores de  $A$  para  $f_1 = 10$  e  $f_2 = 20$  (MHz) é claro que as interpolações aí realizadas trarão consigo um erro maior do que as da parte inferior da banda. A razão é o menor número de pontos conhecidos para a geração do polinômio.

Podemos, baseados no raciocínio anterior, definir uma unidade denominada densidade interpoladora (IDY – Interpolating Density) que será definida por:

$$IDY = \frac{\text{número de pontos } y_i \text{ conhecidos}}{\text{Intervalo considerado de } x \text{ que contém os } y_i \text{ pontos conhecidos}} \quad (3.2.)$$

No nosso exemplo a IDY total vale:

$$IDY_{Tot} = \frac{7}{20 - 1} = 0,368421053 \text{ pontos/MHz}$$

Já se dividirmos a faixa em duas sub-faixas de mesma magnitude,  $B_1$  e  $B_2$ , dadas por  $B_1 = [1, 10]$  e  $B_2 = [11, 20]$ , então as IDYs de cada uma delas serão:

$$IDY_{B_1} = 0,666666666 \dots \text{ pontos/MHz}$$

$$IDY_{B_2} = 0,111111111 \dots \text{ pontos/MHz}$$

De fato  $IDY_{B_2} < IDY_{B_1}$ . Isto denota que possuímos maiores informações na parte baixa da faixa (os pontos conhecidos estão mais “concentrados”).

A figura 5 mostra a plotagem do polinômio entre os extremos considerados ( $f$  em MHz e  $A(f)$  em dB).

Para nos assegurarmos da precisão da medida temos de casar a entrada e a saída com a impedância característica ( $Z_0$ ) da LT de forma a evitar perdas por descasamento que falseariam o resultado obtido. A figura 6 nos mostra o *set-up* (arranjo para a realização de uma medida) empregado.

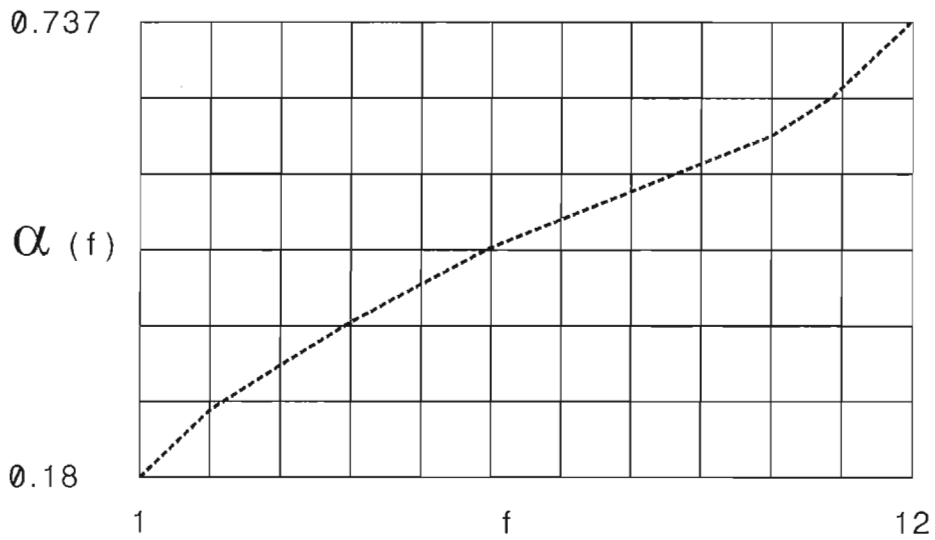


Figura 5: Plotagem do Polinômio Interpolador

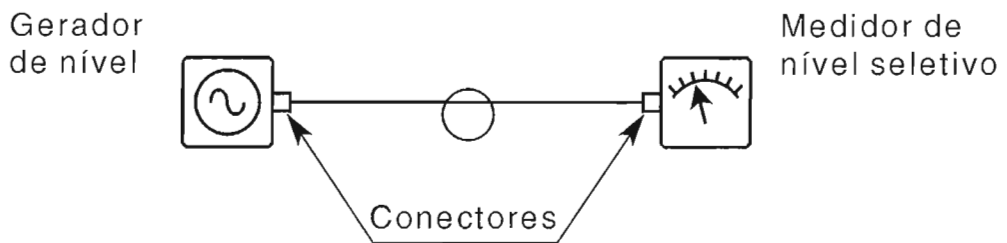


Figura 6: Set-Up de medição de atenuação em uma LT



De acordo com as situações de casamento existentes temos as seguintes expressões possíveis:

a) Linha casada em ambas as extremidades

$$A(\text{dB}) = P_{\text{in}} (\text{dBm}) - P_{\text{out}} (\text{dBm}) \quad (3.3.)$$

b) Linha casada na entrada e descasada na saída

$$A(\text{dB}) = P_{\text{in}} (\text{dBm}) - P_{\text{out}} (\text{dBm}) - P_{\text{cout}}(\text{dB}) \quad (3.4.)$$

onde  $P_{\text{cout}}$  = Perda da conexão de saída devido ao descasamento.

c) Linha casada na saída e descasada na entrada

$$A(\text{dB}) = P_{\text{in}} (\text{dBm}) - P_{\text{out}} (\text{dBm}) - P_{\text{cin}}(\text{dB}) \quad (3.5.)$$

onde  $P_{\text{cin}}$  = Perda da conexão de entrada devido ao descasamento

d) Linha descasada em ambas as extremidades

$$A(\text{dB}) = P_{\text{in}} (\text{dBm}) - P_{\text{out}} (\text{dBm}) - P_{\text{cin}} (\text{dB}) - P_{\text{cout}} (\text{dB}) \quad (3.6.)$$

Na prática a perda da conexão sempre existirá ainda que não haja descasamento NOMINAL. Isto se deve aos seguintes fatores:

- 1) Atenuação existente nos conectores (perdas ôhmicas de potência);
- 2) Impossibilidade de se conseguir um casamento perfeito.

Se estas considerações forem desprezíveis podemos ignorar tais perdas. Cumpre lembrar que tanto  $P_{\text{cin}}$  quanto  $P_{\text{cout}}$  podem ser usados para a inclusão da perda citada em (1).

## DEPENDÊNCIA COM A TEMPERATURA

A dependência com a temperatura existe pois tanto R quanto G variam com ela. Podemos fazer uma analogia com a variação da resistência elétrica de um resistor quando varia a sua temperatura de operação.

O coeficiente de atenuação tem uma variação com a temperatura que é aproximadamente linear, dada pela equação empírica (para uma faixa restrita de variação de  $\Delta T$ ) a seguir.

$$\alpha_F = \alpha_0 \cdot [1 + \bar{K}_\alpha \cdot (T_F - T_0)] \quad (4.1.)$$

onde:

$\alpha_F$  = Coeficiente de atenuação na temperatura final (dB/uc);

$\alpha_0$  = Coeficiente de atenuação na temperatura inicial (dB/uc);

$T_F$  = Temperatura final (graus Celsius);

$T_0$  = Temperatura inicial (graus Celsius);

$\bar{K}_\alpha$  = Valor médio do coeficiente de temperatura da atenuação entre as duas temperaturas escolhidas  $T_F$  e  $T_0$  (em graus Celsius a menos um).

Definimos  $\bar{K}_\alpha$  como:

$$\bar{K}_\alpha = \frac{1}{\alpha_0} \cdot \frac{\alpha_F - \alpha_0}{T_F - T_0} \quad (4.2.)$$

Definimos  $K_\alpha$  instantâneo conforme abaixo:

$$K_\alpha = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dT} \quad (4.3.)$$

A definição (4.3.) corresponde à variação relativa da constante de atenuação (=  $d\alpha/\alpha$ ) dividida pelo aumento correspondente em temperatura ( $dT$ ).

Resolvendo a equação diferencial (4.3.) em termos de  $\alpha$ , supondo que  $K_\alpha$  não varie com a temperatura e que à  $T_0$  corresponda  $\alpha_0$  bem como à  $T_F$  corresponda  $\alpha_F$  chegamos à

$$\alpha_F = \alpha_0 \exp[K_\alpha (T_F - T_0)] \quad (4.4.)$$

o que nos mostra que a variação de  $\alpha$  com a temperatura é exponencial e não linear (conforme havia sido suposto em (4.1.)). Para pequenos intervalos de variação de  $\Delta T$  (=  $T_F - T_0$ ) podemos então aproximar (4.4.) por (4.1.) sem introduzirmos um erro apreciável.

Quando desejamos maior precisão nos resultados é importante levarmos em conta que  $K_\alpha$  não é constante com a temperatura e sim função dela própria, ou seja

$$K_\alpha = f(T) \quad (4.5.)$$

e nesse caso (4.4.) torna-se

$$\alpha_F = \alpha_0 \exp \left[ \int_{T_0}^{T_F} K_\alpha (T) dT \right] \quad (4.6.)$$

Supondo uma dependência polinomial de  $K_\alpha$  com a temperatura teremos para (4.6.):

$$K_\alpha(T) = K_{\alpha 0} + K_{\alpha 1} \cdot T + K_{\alpha 2} \cdot T^2 + K_{\alpha 3} \cdot T^3 + \dots + K_{\alpha n} \cdot T^n + \dots$$

logo,

$$\alpha_F = \alpha_0 \exp [K_{\alpha 0}(T_F - T_0) + \frac{1}{2} K_{\alpha 1}(T_F^2 - T_0^2) + \frac{1}{3} K_{\alpha 2}(T_F^3 - T_0^3) + \dots] \quad (4.7.)$$

Se truncarmos tal série infinita em um certo número de termos  $n$  podemos escrever (4.7.) usando a notação de somatório como:

$$\alpha_F = \alpha_0 \exp \left[ \sum_{j=1}^n \frac{1}{j} \cdot K_{\alpha(j-1)} \cdot (T_F^j - T_0^j) \right] \quad (4.8.)$$

Empregar a equação (4.4.) ao invés de (4.8.) significa que todos os coeficientes  $K_{\alpha(j-1)}$  para  $j$  maior do que a unidade fornecem ao somatório contribuições desprezíveis.

## INSTRUMENTAÇÃO

Em termos de instrumental temos que a tabela 2 fornece uma lista de equipamentos e algumas de suas características principais. Segue uma breve descrição do funcionamento dos mesmos.

Um gerador de nível (*level generator* ou *level sender*) é um instrumento eletrônico que gera um sinal de saída com uma certa potência (também chamada nível) em uma certa frequência sobre uma determinada impedância.

Um medidor de nível seletivo (*selective level meter*) é um aparelho capaz de medir um componente particular de frequência com uma determinada banda de medição. Vamos supor que se deseje medir o nível de uma portadora em 120 kHz em um ponto de medida onde se encontram presentes sinais distribuídos sobre a faixa de 80 à 1.500 kHz. Com um medidor de nível de faixa larga (*wideband level meter*) o resultado encontrado não teria significado pois seria uma combinação de todos os sinais presentes na faixa. Já com o seletivo é possível se saber qual o nível da portadora em questão bastando selecionar o filtro que forneça uma banda bem estreita (digamos 100 Hz) em torno de  $f = 120$  kHz.

empresa	tipo	modelo	faixa de frequência	nível (dBm)	entregas e saídas
W & G	LG	PS 15	50h à 10M	- 63,9 à 19	UN – BAL
W & G	SM	SPM 15	50h à 10M	- 140 à + 20	UN – BAL
Anritsu	SM	ML 422C	50h à 30M	- 120 à + 30	UN – BAL
Siemens	LM	D2155	200h à 0,62M	- 110 à + 40	UN – BAL

Legenda

BAL – BALanced (balanceada)  
 h – hertz  
 LG – Level Generator  
 LM – Level Meter  
 M – MHz  
 SM – Selective Level Meter  
 UN – UNbalanced (desbalanceada)

Tabela 2: Alguns equipamentos de medição



## BIBLIOGRAFIA

Catalog 90, Wandel & Goltermann.

CCITT vol. III. 3 Transmission Media Characteristics. Recommendations G.601 – G.654, Geneva, 1989.

Electronic Measuring Equipment – Catalog MP 51 – 1990/91, Siemens.

Electronic Measuring Instruments 1990, Anritsu.

JORDAN, Edward C. (Editor-in-Chief). *Reference Data for Engineers: Radio, Electronics, Computer, and Communications*. Indiana, Howard W. Sams & Co., Inc., 1985.

RALSTON, Anthony e RABINOWITZ, Philip. *A First Course in Numerical Analysis*. McGraw-Hill Book Co., 1988.

# Caro Leitor

Se você já é Assinante da  
 BIBLIEX, não se esqueça de  
 atualizar sempre seu endereço



**Ligue para**  
**0800-238365**