

# Simulação da viatura leve embarcada GE aerotransportada

*Carlos Frederico de Matos Chagas\**

## **Resumo**

*Este trabalho apresenta a modelagem tridimensional e simulação de um veículo com quatro suspensões independentes do tipo Duplo A. Utiliza-se a técnica de Transformadores Cinemáticos a fim de se obter um conjunto mínimo de equações diferenciais ordinárias que represente a dinâmica do sistema. A dinâmica dos pneus é modelada por meio da Fórmula Mágica. O modelo é submetido a simulações que representam diferentes testes prescritos em normas a fim de se verificar o comportamento direcional e a tendência ao capotamento.*

## **Palavras-chave**

*Modelagem; simulação; dinâmica veicular; dinâmica multicorpos*

## **Introdução**

A viatura tubular aerotransportada destina-se a ser empregada por tropas pára-quedistas e vem ao encontro da necessidade de conferir mobilidade e rapidez aos deslocamentos nos diversos teatros de operação.

Visando fornecer subsídios ao desenvolvimento da viatura citada, propõe-se a realização de análises da dinâmica vertical e lateral de um veículo dotado de suspensão Duplo A nas quatro rodas, assim como o protótipo da citada viatura.

A técnica utilizada para a modelagem do veículo é a dos transformadores cinemáticos. Esta possibilita a obtenção de solução fechada da cinemática da suspensão Duplo A, sem que se utilizem métodos iterativos, bem como a determinação das características geométricas das

suspensões e do sistema de direção. Saliente-se, ainda, que a técnica é modular, de maneira que, uma vez equacionados diferentes modelos de subsistemas com a mesma função, a troca dos mesmos é facilmente executada.

A dinâmica dos pneus é representada por meio da Fórmula Mágica (PACEJKA e BAKKER, 1991). Por intermédio dela, é possível obter, utilizando-se uma equação composta por funções especiais e alguns coeficientes obtidos por meio da manipulação de dados empíricos, parâmetros como força lateral, força longitudinal e o torque de auto-alinhamento.

## **Modelagem do veículo**

A figura 1 apresenta o modelo físico da suspensão dianteira direita e do mecanismo de

\* Capitão do Quadro de Engenheiros Militares (QEM)

direção a ela acoplado. A suspensão dianteira esquerda e as suspensões traseiras são modeladas de maneira análoga. Cabe ressaltar que as suspensões traseiras não estão acopladas a um mecanismo de direção, pois o veículo apresenta esterçamento apenas nas rodas dianteiras.

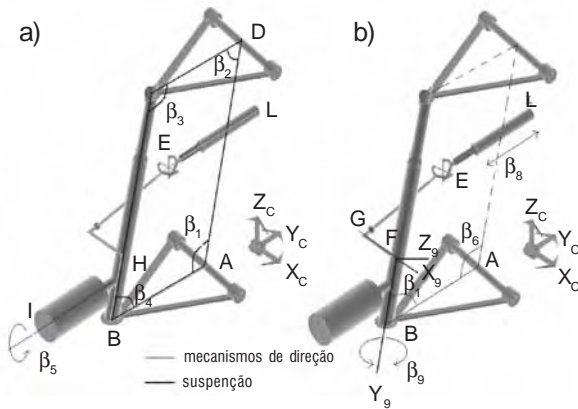


Figura 1 – Modelo físico da suspensão a) coordenadas de junta da suspensão; b) coordenadas de junta do mecanismo de direção.

O sistema (suspensão + mecanismo de direção) possui três graus de liberdade – o ângulo entre a bandeja inferior e o chassi, o deslocamento angular da cremalheira, que se relaciona com o esterçamento do volante, e o ângulo de rotação da roda em torno de seu eixo. Ressalte-se, porém, que, nos diversos ensaios realizados, o ângulo de esterçamento do volante foi considerado uma restrição diretora. Os graus de liberdade são obtidos a partir das condições iniciais do problema e da solução do sistema de equações diferenciais ordinárias que o representa.

A fim de se empregar a técnica de Transformadores Cinemáticos, após a identificação das coordenadas relativas de junta (figura 1), determinam-se as equações características de cada transformador cinemático do sistema. Estas equações são obtidas a partir de relações geométricas entre as coordenadas relativas de junta, de

tal sorte que se possa determinar uma coordenada em função de uma ou mais coordenadas previamente determinadas. Para a suspensão dianteira direita e o mecanismo de direção, considerando-se os graus de liberdade citados no parágrafo anterior, obtém-se o seguinte conjunto de equações:

$$g_1 = \beta_1 - \alpha_1 = 0 \quad (1)$$

$$g_2 = (2rscos\beta_1 - 2ls)cos\beta_2 + (-2rssen\beta_1)sen\beta_2 + l^2 + r^2 + s^2 - d^2 - 2rlcos\beta_1 = 0 \quad (2)$$

$$g_3 = \tan \beta_3 - \frac{(sxd)^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T}{s.d} = 0 \quad (3)$$

$$g_4 = \beta_4 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - 2\pi = 0 \quad (4)$$

$$g_5 = \beta_5 - \alpha_2 = 0 \quad (5)$$

$$g_6 = \beta_6 - \beta_1 = 0 \quad (6)$$

$$g_7 = \beta_7 - \beta_4 = 0 \quad (7)$$

$$g_8 = \beta_8 - C_{cr_d} \cdot qvol - d_{cr} / 2 = 0 \quad (8)$$

$$g_9 = a_1 \cdot \cos\beta_9 + a_2 \cdot \sin\beta_9 - a_3 = 0 \quad (9)$$

onde:

$$a_1 = f_1(\beta_6, \beta_7, \beta_8);$$

$$a_2 = f_2(\beta_6, \beta_7, \beta_8);$$

$$a_3 = f_3(\beta_6, \beta_7, \beta_8).$$

As equações de 1 a 5 formam o vetor  $\underline{g}_1$  do transformador da suspensão e as demais equações, o vetor  $\underline{g}_2$  do mecanismo de direção.

De posse do vetor composto pelas nove equações características do sistema, deve-se determinar a matriz jacobiana relativa  $J_r$ :

$$J_r = \begin{bmatrix} J_{\beta_1} & 0 \\ C_{21} & J_{\beta_2} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

onde:

$$J_{\beta_1} = \frac{\partial \underline{g}_1}{\partial \beta_1};$$

$$J_{\beta_2} = \frac{\partial \underline{g}_2}{\partial \beta_2};$$

$$C_{21} = \frac{\partial \underline{g}_2}{\partial \beta_1};$$

$$V_1 = -\frac{\partial \underline{g}_1}{\partial \underline{q}};$$

$$V_2 = -\frac{\partial \underline{g}_2}{\partial \underline{q}}.$$

O próximo passo consiste em determinar a matriz  $J_a$  que relaciona as velocidades dos corpos em relação ao referencial do chassis com a derivada em relação ao tempo das coordenadas de junta.

As velocidades absolutas dos corpos do mecanismo em relação a um referencial  $(xyz)_C$  podem ser escritas em função das velocidades relativas da seguinte forma:

$$\dot{\underline{r}}_i^C = \underline{a}_1 \cdot \dot{\beta}_1 + \underline{a}_2 \cdot \dot{\beta}_2 + \dots + \underline{a}_{n\beta} \cdot \dot{\beta}_{n\beta} = \sum_{k=1}^{n\beta} \underline{a}_k \cdot \dot{\beta}_k \quad (11)$$

$$\underline{\omega}_i^C = \underline{b}_1 \cdot \dot{\beta}_1 + \underline{b}_2 \cdot \dot{\beta}_2 + \dots + \underline{b}_{n\beta} \cdot \dot{\beta}_{n\beta} = \sum_{k=1}^{n\beta} \underline{b}_k \cdot \dot{\beta}_k \quad (12)$$

onde:

$\underline{a}_i$  e  $\underline{b}_i$ : vetores do corpo  $i$ , funções das coordenadas de junta;

$\dot{\underline{r}}_i^C$ : Velocidade linear do centro de massa do corpo  $i$  em relação ao referencial  $(xyz)_C$ ;

$\underline{\omega}_i^C$ : Velocidade angular do corpo  $i$  em relação ao referencial  $(xyz)_C$ ;

$n_\beta$ : número de coordenadas de junta do mecanismo.

Estabelece-se, então, a equação matricial que relaciona as velocidades lineares e angulares absolutas de cada corpo com as velocidades

relativas referentes às coordenadas de junta:

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{r}}_i^C \\ \underline{\omega}_i^C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{a}_1 & \underline{a}_2 & \dots & \underline{a}_{n\beta} \\ \underline{b}_1 & \underline{b}_2 & \dots & \underline{b}_{n\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\beta}_1 \\ \dot{\beta}_2 \\ \vdots \\ \dot{\beta}_{n\beta} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Justapondo-se os vetores velocidade linear e angular dos corpos, obtém-se a seguinte equação matricial:

$$\underline{S}^C = \begin{bmatrix} \dot{\underline{r}}_1^C \\ \underline{\omega}_1^C \\ \dot{\underline{r}}_2^C \\ \underline{\omega}_2^C \\ \vdots \\ \dot{\underline{r}}_{n_c}^C \\ \underline{\omega}_{n_c}^C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{a}_{1_1} & \underline{a}_{2_1} & \dots & \underline{a}_{n_{\beta_1}} \\ \underline{b}_{1_1} & \underline{b}_{2_1} & \dots & \underline{b}_{n_{\beta_1}} \\ \underline{a}_{1_2} & \underline{a}_{2_2} & \dots & \underline{a}_{n_{\beta_2}} \\ \underline{b}_{1_2} & \underline{b}_{2_2} & \dots & \underline{b}_{n_{\beta_2}} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \underline{a}_{1_{n_c}} & \underline{a}_{2_{n_c}} & \dots & \underline{a}_{n_{\beta_{n_c}}} \\ \underline{b}_{1_{n_c}} & \underline{b}_{2_{n_c}} & \dots & \underline{b}_{n_{\beta_{n_c}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\beta}_1 \\ \dot{\beta}_2 \\ \vdots \\ \dot{\beta}_{n_\beta} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Onde  $n_c$  é o número de corpos considerados no equacionamento do sistema.

A matriz jacobiana absoluta é representada da seguinte forma:

$$J_a = \begin{bmatrix} \underline{a}_{1_1} & \underline{a}_{2_1} & \dots & \underline{a}_{n_{\beta_1}} \\ \underline{b}_{1_1} & \underline{b}_{2_1} & \dots & \underline{b}_{n_{\beta_1}} \\ \underline{a}_{1_2} & \underline{a}_{2_2} & \dots & \underline{a}_{n_{\beta_2}} \\ \underline{b}_{1_2} & \underline{b}_{2_2} & \dots & \underline{b}_{n_{\beta_2}} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \underline{a}_{1_{n_c}} & \underline{a}_{2_{n_c}} & \dots & \underline{a}_{n_{\beta_{n_c}}} \\ \underline{b}_{1_{n_c}} & \underline{b}_{2_{n_c}} & \dots & \underline{b}_{n_{\beta_{n_c}}} \end{bmatrix} \quad (15)$$

Em seguida, deve-se obter a matriz  $J_{gc}$  que relaciona a velocidade dos corpos medidas no referencial do chassis com a derivada em relação ao tempo dos graus de liberdade.

$$J_{gc} = J_a J_r \quad (16)$$

O processo para equacionamento das demais suspensões ocorre de maneira análoga.

As matrizes referentes ao chassis fornecem as relações entre as derivadas em relação ao tempo dos graus de liberdade e as velocidades lineares e angulares do chassis. Para este corpo não há matriz jacobiana relativa, pois não há restrições ao movimento.

$$J_c = \begin{bmatrix} I_3 & 0 \\ 0 & G_C \end{bmatrix} \quad (17)$$

onde:

$$I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$G_C = \begin{bmatrix} 0 & -\text{sen}q_d & (\cos q_d \cdot \cos q_p) \\ 0 & \cos q_d & (\text{sen}q_d \cdot \cos q_p) \\ 1 & 0 & -\text{sen}q_p \end{bmatrix}.$$

A seguir são obtidas as matrizes que representam o acoplamento das suspensões ao chassis.

Inicialmente, deve-se determinar a matriz *MKR* que transforma os vetores velocidades dos corpos do referencial do chassis para o referencial inercial.

$$MKR = \begin{bmatrix} I_6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{dd} & R_{dd} & 0 & 0 & 0 \\ K_{de} & 0 & R_{de} & 0 & 0 \\ K_{td} & 0 & 0 & R_{td} & 0 \\ K_{te} & 0 & 0 & 0 & R_{te} \end{bmatrix} \quad (18)$$

onde:

$$K_{xx} = \begin{bmatrix} K_{xx2} \\ K_{xx7} \end{bmatrix}; \text{ matriz da suspensão composta pelas matrizes } K_i \text{ dos corpos 2 e 7, de dimensão } 12 \times 6;$$

$$K_i = \begin{bmatrix} I_3 & -\tilde{\Delta}_C \\ 0 & I_3 \end{bmatrix};$$

$\tilde{\Delta}_C = A_C \cdot r_i^C$ ,  $r_i^C$  é o vetor posição do corpo *i* no referencial do chassis;

$R_{xx}$ : matriz diagonal por blocos, de dimensão  $12 \times 12$ , onde cada bloco é igual à matriz transformação de orientação do chassis.

O acoplamento propriamente dito é caracterizado matematicamente por intermédio da matriz *MAC* que relaciona o vetor das primeiras derivadas com relação ao tempo dos graus de liberdade da dinâmica do veículo com os vetores velocidades dos corpos de interesse (suspensões e chassis).

$$MAC = \begin{bmatrix} J_C & 0 \\ 0 & J_{gc_{dd}} \\ 0 & J_{gc_{de}} \\ 0 & J_{gc_{td}} \\ 0 & J_{gc_{te}} \end{bmatrix} \quad (19)$$

onde:

$J_C$ : matriz jacobiana global do chassis, de dimensão  $6 \times 6$  (eq. 4.63);

$J_{gc_{xx}}$ : jacobiana global das suspensões modificada, de dimensão  $12 \times 2$ .

De posse das matrizes *MKR* e *MAC*, relacionam-se as derivadas dos graus de liberdade da dinâmica do veículo com os vetores velocidades dos corpos no referencial inercial da seguinte forma:

$$J_G = MKR \times MAC : \text{jacobiana global do veículo.} \quad (20)$$

O veículo modelado possui 14 graus de liberdade: para cada uma das quatro suspensões o ângulo entre a bandeja inferior e o chassi e a rotação da roda em torno de seu eixo; e os seis graus de liberdade do chassi (três de posição e três de orientação).

A equação de movimento do sistema assume a seguinte forma:

$$M(\underline{q}) \cdot \ddot{\underline{q}} + \underline{B}(\underline{q}, \dot{\underline{q}}) = \underline{Q}(\underline{q}, \dot{\underline{q}}) \quad (21)$$

onde:

$$M(\underline{q}) = J_G^T \cdot \Xi \cdot J_G ;$$

$$\underline{B}(\underline{q}, \dot{\underline{q}}) = J_G^T \cdot (\Xi \cdot J_G \cdot \dot{\underline{q}} + \underline{b}) ;$$

$$\underline{Q}(\underline{q}, \dot{\underline{q}}) = J_G^T \cdot \underline{w}_e ;$$

$M$  – matriz de inércia reduzida do sistema;

$\underline{B}$  – vetor de forças giroscópicas reduzido do sistema;

$\underline{Q}$  – vetor de forças aplicadas reduzido do sistema.

$\underline{Q}$  – vetor de forças aplicadas reduzido do sistema.

$\Xi$  – matriz de inércia do sistema;

$\underline{b}$  – vetor de forças giroscópicas do sistema;

$\underline{w}_e$  – vetor de forças externas.

Entre as componentes do vetor de forças externas, as forças desenvolvidas pelos pneus são determinadas utilizando-se a Fórmula Mágica. Esta formulação se caracteriza por uma função capaz de fornecer, para determinada condição de força vertical sobre os pneus e ângulo de câmbor, a força lateral em função do ângulo de desvio e a força longitudinal em função do escorregamento longitudinal do pneu da seguinte forma:

$$Y(X) = D \cdot \text{sen} \left\{ C \cdot \arctg \left\{ \begin{array}{l} B \cdot (X + S_h) - E \cdot [B \cdot (X + S_h) -] \\ - \arctg(B \cdot (X + S_h)) \end{array} \right\} \right\} + S_v \quad (22)$$

onde:

$Y(X)$  – força lateral ou longitudinal;

$X$  – ângulo de desvio (força lateral) ou escorregamento longitudinal do pneu;

$B, C, D, E, S_h$  e  $S_v$  – coeficientes obtidos experimentalmente.

De posse da equação 22, é possível determinar-se as forças lateral e longitudinal desenvolvidas pelos pneus.

## Resultados das simulações

A fim de se avaliar a estabilidade lateral do veículo (estabilidade direcional e tendência ao capotamento), foram realizadas simulações de testes previstos em normas.

Os ensaios simulados são os seguintes:

(I) Trajetória circular em regime permanente (*steady-state cornering*);

(II) Manobra evasiva dupla em trajetória retilínea (*double lane-change*).

*Trajetoária circular em regime permanente (steady-state cornering)*

O objetivo deste ensaio é determinar as propriedades de controle direcional em regime permanente de veículos sobre rodas em trajetória circular (ISO 4138, 1996). A principal grandeza determinada a partir dos resultados é o gradiente de subesterçamento que permite a caracterização do comportamento direcional do veículo.

Foram realizadas diversas simulações, variando-se, em cada uma delas, a velocidade e o ângulo de esterçamento do volante de maneira

que o veículo percorresse uma curva com raio de 50m. Foram realizadas simulações até que se observasse a perda de aderência dos pneus e a conseqüente impossibilidade de realização da curva.

A tabela 1 apresenta os resultados obtidos nas nove simulações realizadas.

**Tabela 1 – Resultados obtidos para o ensaio de trajetória circular em regime permanente**

Vel. long. (km/h)	Acel. lat. (g)	Âng. Vol. (graus)	Âng. rol. (graus)
20	0,060	33,0	0,072
30	0,135	33,1	0,162
40	0,235	33,2	0,291
50	0,380	33,3	0,464
60	0,553	33,5	0,677
70	0,810	33,9	0,975
80	0,971	35,5	1,185
81	1,001	40,5	1,208
82	1,010	45,9	1,232

Observa-se que a máxima velocidade com a qual se consegue realizar a curva é 82km/h.

A figura 2 ilustra a perda de aderência do pneu dianteiro direito, já que o ângulo de desvio do mesmo supera o máximo admissível para esta condição, caracterizando que o mesmo opera na faixa de atrito dinâmico. Como, nesta faixa, há uma redução no valor da força lateral gerada pelo pneu, o pneu dianteiro direito começa a gerar uma força lateral menor, fazendo com que o veículo tenda a perder a aderência no eixo dianteiro (“sair de dianteira”). Este fenômeno é denominado subesterçamento (*understeer*) e caracteriza-se pela tendência apresentada pelo veículo de aumentar o raio de curvatura com o aumento da velocidade.

Observando-se a tabela 1, nota-se que, com o aumento da velocidade, é necessário um maior esterçamento do volante para percorrer uma trajetória com o mesmo raio, logo, o veículo analisado apresenta comportamento subesterçante.

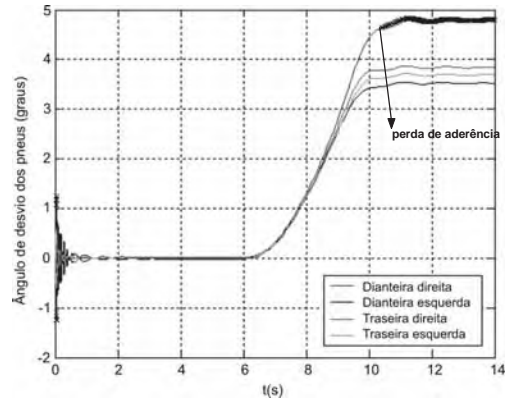


Figura 2 – Ângulo de desvio dos pneus x tempo para velocidade igual a 83km/h e ângulo de esterçamento igual a 60°

Apesar de a interpretação direta dos resultados ter permitido a verificação deste comportamento, nem sempre é possível uma análise prévia das características de subesterçamento/sobesterçamento de um veículo. A grandeza que caracteriza este comportamento é denominada gradiente de subesterçamento. Quando é empregado o método do raio constante, o gradiente de subesterçamento equivale ao gradiente da curva de ângulo de esterçamento equivalente das rodas x aceleração lateral.

Os resultados obtidos nesta simulação em regime permanente para o gradiente de subesterçamento são sempre maiores que zero, indicando um comportamento subesterçante do veículo (figura 3).

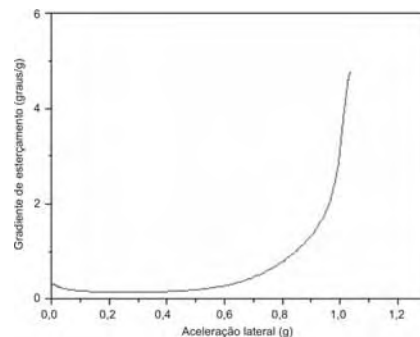


Figura 3 – Gradiente de subesterçamento x aceleração lateral para o teste de raio constante de 50m

### Manobra evasiva dupla em trajetória retilínea (double lane-change)

O objetivo deste ensaio é avaliar o comportamento lateral transiente do veículo quando sujeito a uma manobra evasiva dupla (ISO 3888-1, 1999).

Verificou-se, analisando-se os resultados

obtidos, que o veículo não registra perda de aderência ao realizar a manobra trafegando a 80km/h e que a condição para perda do controle e da estabilidade direcional do veículo se dá quando o veículo trafega a 105km/h, condição na qual, apesar da perda de aderência, não ocorre capotamento. A figura 4 ilustra a trajetória do veículo nas duas situações.

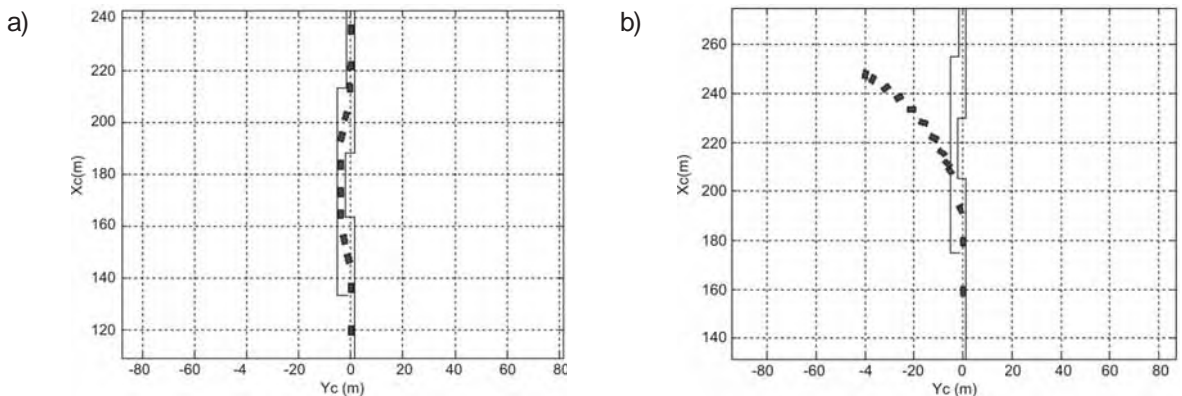


Figura 4 – Trajetória do veículo a) 80km/h; b) 105km/h

### Conclusões

Os resultados obtidos na simulação são qualitativamente coerentes, ou seja, o comportamento do modelo está de acordo com o esperado para um veículo com dois eixos e maior peso suportado pelo eixo dianteiro, isto é, um comportamento subesterçante. Este comportamento é mais desejável que o sobreesterçante, pois neste último a perda de aderência nas rodas traseiras acarreta

uma redução do raio de curvatura da trajetória e o consequente aumento da aceleração lateral atuando sobre o veículo, o que provoca que o mesmo gire em torno do seu eixo vertical, caracterizando a perda não só do controle direcional, como também da estabilidade do veículo, ao contrário do comportamento observado nas simulações, nas quais, apesar de se verificar perda do controle direcional, não se verifica perda da estabilidade direcional.

