

Método da difusão de nêutrons a quatro grupos de energia para reatores nucleares térmicos

Fernando da Silva Melo*

Ronaldo Glicério Cabral**

Paulo Conti Filho***

RESUMO

O método da Difusão de Nêutrons, a quatro grupos de energia, é aplicado a um reator nuclear térmico esférico constituído de um núcleo e um refletor. Os fluxos neutrônicos são obtidos analiticamente, diferentemente da solução discretizada oferecida pelo código nuclear CITATION. O programa computacional, ALBD4G, é descrito em linguagem Fortran e resolve a solução analítica, permitindo comparar as probabilidades de absorção e de fuga e do fator de multiplicação de nêutrons, K_{eff} , com aqueles fornecidos pelo código nuclear CITATION. O desvio relativo de K_{eff} é da ordem de 0,03%, demonstrando a excelente concordância numérica.

PALAVRA-CHAVE

Difusão; Quatro Grupos; Reatores Nucleares.

INTRODUÇÃO

A equação de transporte de nêutrons é determinada por operadores integrais e derivadas aplicados às populações neutrônicas. Em face da complexidade de solução desta equação, foi desenvolvida a aproximação da difusão de nêutrons. Neste trabalho o objetivo principal é solucionar analiticamente os sistemas de equações diferenciais do Método da Difusão aplicados ao núcleo e ao refletor de reator nuclear térmico es-

férico, considerando quatro grupos de energia. Após a obtenção analítica dos fluxos neutrônicos, são determinadas as absorções e fuga e o K_{eff} .

MÉTODO DA DIFUSÃO

Os quatro grupos de energia de nêutrons são indexados pelos subscritos 1, 2, 3, 4, sendo o grupo 1 o mais energético^{1,2,5}.

O núcleo é esférico de raio "R". As equações de balanço de nêutrons, a quatro grupos de energia, são descritas a seguir:

* Licenciado em Física (UFRRJ, 2007), Mestre em Engenharia Nuclear (IME, 2009).

** Coronel R1 QEM, Engenheiro Eletricista (IME, 1976), Mestre em Engenharia Nuclear (IME, 1981), Doctor of Philosophy (University of Florida, EUA, 1991), Pós-Doutorado (University of Florida, EUA, 1997).

*** Mestre em Engenharia Nuclear (IME, 1984), Doutorado (UFRJ, 2005).

$$\begin{cases} -D_1 \nabla^2 \Phi_1 + \Sigma_{R_1} \Phi_1 = \frac{\chi_1}{k_{eff}} S & (1) \\ -D_2 \nabla^2 \Phi_2 + \Sigma_{R_2} \Phi_2 = \frac{\chi_2}{k_{eff}} S + \Sigma_{s_{12}} \Phi_1 & (2) \\ -D_3 \nabla^2 \Phi_3 + \Sigma_{R_3} \Phi_3 = \frac{\chi_3}{k_{eff}} S + \Sigma_{s_{13}} \Phi_1 + \Sigma_{s_{23}} \Phi_2 & (3) \\ -D_4 \nabla^2 \Phi_4 + \Sigma_{R_4} \Phi_4 = \Sigma_{s_{14}} \Phi_1 + \Sigma_{s_{24}} \Phi_2 + \Sigma_{s_{34}} \Phi_3 & (4) \end{cases}$$

Onde $s = \sum_{g=1}^4 v_g \Sigma_{f_g} \Phi_g$. As quantidades D , Σ_R , Σ_s , Σ_f , v e χ são constantes neutrônicas de grupo de energia dos materiais que compõem o núcleo⁴. Φ_g são os fluxos neutrônicos do grupo g , $g = 1, 2, 3$ e 4 . O refletor possui raio interno igual a "R" e raio externo igual a "H". Suas equações de balanço de nêutrons são descritas a seguir:

$$\begin{cases} -D_{1r} \nabla^2 \Phi_{1r} + \Sigma_{R_{1r}} \Phi_{1r} = 0 & (5) \\ -D_{2r} \nabla^2 \Phi_{2r} + \Sigma_{R_{2r}} \Phi_{2r} = \Sigma_{s_{12r}} \Phi_{1r} & (6) \\ -D_{3r} \nabla^2 \Phi_{3r} + \Sigma_{R_{3r}} \Phi_{3r} = \Sigma_{s_{13r}} \Phi_{1r} + \Sigma_{s_{23r}} \Phi_{2r} & (7) \\ -D_{4r} \nabla^2 \Phi_{4r} + \Sigma_{R_{4r}} \Phi_{4r} = \Sigma_{s_{14r}} \Phi_{1r} + \Sigma_{s_{24r}} \Phi_{2r} + \Sigma_{s_{34r}} \Phi_{3r} & (8) \end{cases}$$

O subscrito "r" foi utilizado para identificar as constantes neutrônicas e fluxos do refletor.

Os fluxos neutrônicos tem somente dependência radial, assim $\nabla^2 \Phi_g = \frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2} (r \Phi_g)$. Para $0 < k_{eff} < k_{\infty}$, onde k_{∞} é o fator de multiplicação efetivo de nêutrons para o núcleo de raio infinito, a solução analítica dos fluxos neutrônicos é escrita abaixo.

$$\Phi_g(r) = c_{g1} \frac{\text{sen}(\mu r)}{r} + c_{g2} \frac{\text{cos}(\mu r)}{r} + c_{g3} \frac{\text{senh}(\lambda r)}{r} + c_{g4} \frac{\text{cos h}(\lambda r)}{r} + c_{g5} \frac{\text{senh}(ar) \text{cos}(br)}{r} + \quad (9)$$

$$(10)$$

$$c_{g6} \frac{\text{senh}(ar) \text{sen}(br)}{r} + c_{g7} \frac{\text{cos h}(ar) \text{sen}(br)}{r} + c_{g8} \frac{\text{cos h}(ar) \text{cos}(br)}{r}, \quad (11)$$

$$(12)$$

Onde $\pm i\mu$, $\pm \lambda$, $\pm a \pm ib$, $i = \sqrt{-1}$ são as raízes do polinômio característico⁴ do oitavo grau que representa o sistema de equações diferenciais ordinárias do núcleo.

Os fluxos neutrônicos do refletor são escritos a seguir:

$$\begin{cases} \Phi_{1r}(r) = c_{33} \frac{e^{-k_1 r}}{r} + c_{34} \frac{e^{+k_1 r}}{r}, \quad k_1 = \sqrt{\frac{\Sigma_{R_{1r}}}{D_{1r}}} & (13) \\ \Phi_{2r}(r) = Y_1 \cdot c_{33} \frac{e^{-k_2 r}}{r} + Y_1 \cdot c_{34} \frac{e^{+k_2 r}}{r} + c_{35} \frac{e^{-k_2 r}}{r} + c_{36} \frac{e^{+k_2 r}}{r}, \quad k_2 = \sqrt{\frac{\Sigma_{R_{2r}}}{D_{2r}}} & (14) \\ \Phi_{3r}(r) = Y_2 \cdot c_{33} \frac{e^{-k_3 r}}{r} + Y_2 \cdot c_{34} \frac{e^{+k_3 r}}{r} + Y_3 \cdot c_{35} \frac{e^{-k_3 r}}{r} + Y_3 \cdot c_{36} \frac{e^{+k_3 r}}{r} + c_{37} \frac{e^{-k_3 r}}{r} + c_{38} \frac{e^{+k_3 r}}{r}, \quad k_3 = \sqrt{\frac{\Sigma_{R_{3r}}}{D_{3r}}} & (15) \\ \Phi_{4r}(r) = Y_4 \cdot c_{33} \frac{e^{-k_4 r}}{r} + Y_4 \cdot c_{34} \frac{e^{+k_4 r}}{r} + Y_5 \cdot c_{35} \frac{e^{-k_4 r}}{r} + Y_5 \cdot c_{36} \frac{e^{+k_4 r}}{r} + Y_6 \cdot c_{37} \frac{e^{-k_4 r}}{r} + Y_6 \cdot c_{38} \frac{e^{+k_4 r}}{r} + \\ c_{39} \frac{e^{-k_4 r}}{r} + c_{40} \frac{e^{+k_4 r}}{r}, \quad k_4 = \sqrt{\frac{\Sigma_{R_{4r}}}{D_{4r}}} & (16) \end{cases}$$

Há oito constantes arbitrárias independentes para o núcleo e oito constantes arbitrárias independentes para o refletor, além do valor de K_{eff} a ser determinado. Desta forma são necessárias 17 condições de contorno para solucionar os sistemas.

- Em $r=0$, Φ_g são finitos

- Em $r=R$, $\Phi_g = \Phi_{gr}$, $-D_g \frac{d\Phi_g}{dr} = -D_g \frac{d\Phi_{gr}}{dr}$

- Em $r=H$, $\frac{\Phi_{gr}}{4} + \frac{D_{gr}}{2} \frac{d\Phi_{gr}}{dr} = 0$

- Em $\int_{r=0}^R \sum_{g=1}^4 (\sum_{a_g} \Phi_g - D_g \nabla^2 \Phi_g) 4\pi r^2 dr = 1$ nêutron/s

As probabilidades de absorção de nêutrons no núcleo (A_{cg}), no refletor (A_{rg}), e as probabilidades de fuga para o vácuo (A_{vg}) são determinadas pelas expressões:

$$A_{c_g} = \int_{r=0}^R \sum_{a_g} \Phi_g 4\pi r^2 dr$$

$$A_{r_g} = \int_{r=R}^H \sum_{a_{gr}} \Phi_{gr} 4\pi r^2 dr$$

$$A_{v_g} = [J_{+}]_{gr} |_{r=H} \cdot 4\pi H^2$$

O valor de K_{eff} é determinado pela equação.

$$k_{eff} = \sum_{g=1}^4 v_g \frac{\sum_{fg}}{\sum_{ag}} A_{c_g}$$

RESULTADOS

Como caso exemplo foi considerado um núcleo de 60cm de raio e um refletor de raio externo igual a 120cm. A tabela 1 apresenta a composição do reator nuclear.

A tabela 2 apresenta as constantes neutrônicas de grupo.

O programa computacional, ALBD4G, tendo como dados de entrada: (i) Raio do núcleo e

Tabela 1 – Composição do conjunto núcleo-refletor

REGIÃO	MATERIAL	DENSIDADE ATÔMICA (átomos / barn. cm)
NÚCLEO	Urânio – 235	0.12200 E-03
	Urânio – 238	0.59700 E-02
	Oxigênio – 16	0.34420 E-01
	Cromo Natural	0.93460 E-03
	Manganês – 55	0.94200 E-04
	Ferro Natural	0.33470 E-02
	Níquel Natural	0.47110 E-03
	Hidrogênio – 1	0.44470 E-01
REFLETOR	Água	0.33430 E-01

Tabela 2 – Constantes neutrônicas de grupo de energia para o núcleo e refletor a quatro grupos de energia.

ESTRUTURA A QUATRO GRUPOS DE ENERGIA				
NÚCLEO				
	g = 1	g` = 2	g` = 3	g = 4
D	0.17607E+01	0.80339E+00	0.47001E+00	0.19923E+00
Σ_a	0.33928E-02	0.18935E-02	0.17635E-01	0.57172E-01
$\nu\Sigma_f$	0.72250E-02	0.51635E-03	0.59613E-02	0.66730E-01
χ	0.74415E+00	0.25565E+00	0.20189E-02	0.12480E-08
$\Sigma s_{gg'}$				
g → g`	g` = 2	g` = 3	g` = 4	
1	0.89651E-01	0.46418E-03	0.15529E-06	
2	–	0.95330E-01	0.31330E-04	
3	–	–	0.98090E-01	
REFLETOR				
	g = 1	g` = 2	g` = 3	g = 4
D	0.18109E+01	0.78453E+00	0.50770E+00	0.14915E+00
Σ_a	0.31290E-03	0.95302E-05	0.57242E-03	0.15539E-01
$\Sigma s_{gg'}$				
g → g`	g` = 2	g` = 3	g` = 4	
1	0.11270E+00	0.69381E-03	0.23278E-06	
2	–	0.14163E+00	0.46992E-04	
3	–	–	0.14601E+00	

raio externo do refletor e (ii) as constantes neutrônicas de grupo, determina a solução analítica⁵. Os dados de saída do ALBD4G são comparados com aqueles gerados pelo código nuclear, CITATION, cuja solução é discretizada³.

A tabela 3 apresenta os valores de K_{eff} obtidos pelos programas ALBD4G e CITATION.

Há uma excelente concordância entre os valores de K_{eff} com um desvio de 0.03%. A tabela 4 apresenta as probabilidades de absorção no núcleo (A_{cg}), no refletor (A_{rg}), e de fuga para o vácuo (A_{vg}) obtidas pelos programas ALBD4G e CITATION.

Tabela 3 – Fator de multiplicação efetivo de nêutrons

	keff	DESVIO
CITATION	0,99088	
ALBD4G	0,99055	0,03%


Tabela 4 – Frações totais de absorção e transmissão

MÉTODO	A_{c_1}	A_{c_2}	A_{c_3}	A_{c_4}
ALBD4G	0,24872E-01	0,17959E-01	0,13699E+00	0,75942E+00
CITATION	0,25476E-01	0,17648E-01	0,13472E+00	0,75933E+00
	A_{r_1}	A_{r_2}	A_{r_3}	A_{r_4}
ALBD4G	0,13873E-03	0,49002E-05	0,31542E-03	0,60302E-01
CITATION	0,11557E-03	0,43019E-05	0,28251E-03	0,62414E-01
	A_{v_1}	A_{v_2}	A_{v_3}	A_{v_4}
ALBD4G	0,29755E-07	0,23847E-07	0,21540E-07	0,15984E-06
CITATION	0,26095E-07	0,21155E-07	0,19236E-07	0,14413E-06

Os resultados apresentaram ótima concordância.

CONCLUSÕES

A solução analítica das equações da difusão permite uma melhor interpretação física para o

balanço de nêutrons do que a solução discretizada das equações da difusão. O desvio do valor de K_{eff} , 0,03%, demonstra a excelente concordância entre os resultados gerados pelos programas ALBD4G e CITATION. 

REFERÊNCIAS

- BARBOSA, T. N. Cálculo neutrônico de reatores térmicos a quatro grupos de energia aplicando o Método do Albedo e da Difusão ('CITATION'). Dissertação (Mestrado em Engenharia Nuclear) – Instituto Militar de Engenharia – IME, Brasil, 2008.
- CABRAL, R. G. Multigroup albedo theory with application to neutronic calculation for a gas core reactor. Dissertation (Doctor of Philosophy) – The University of Florida, USA, 1991.
- CONTI, F. P. Avaliação e Aprimoramento de Metodologia de Cálculo Neutrônico. Dissertação (Mestrado em Engenharia Nuclear) – Instituto Militar de Engenharia – IME, Brasil, 1984.
- DUDERSTADT, J. J., HAMILTON, L. J. Nuclear reactor analysis. New York: John Wiley & Sons Inc., 1976. 650p.
- MELO, F. S. Análise de Criticalidade de reatores térmicos a quatro grupos de energia com coeficientes variáveis de núcleo usando o Método do Albedo. Dissertação (Mestrado em Engenharia Nuclear) – Instituto Militar de Engenharia – IME, Brasil, 2009.