

A MATEMÁTICA NA CULTURA

Determinação do Raio da Terra por Medidas Óticas Rudimentares (Ângulo de Depressão do Horizonte Marítimo, Visto de uma Montanha)

*Henrique Grynszpan**

INTRODUÇÃO

Cristóvão Colombo conhecia o raio da Terra para poder estimar a distância até as Índias numa viagem de circunavegação?

Para se prover de mantimentos em sua viagem para as Índias, dando a volta à Terra, Cristóvão Colombo precisava estimar a distância e a duração da viagem, conseqüentemente estimar o raio do planeta.

Mostraremos que com conhecimentos de geometria, já existentes na época, era possível determinar o raio da Terra, por observação ótica, medindo-se o “ângulo de depressão do horizonte marítimo”, visto de uma montanha.

DETERMINAÇÃO DO RAIÃO (demonstração na figura 1)

Quando se observa o horizonte marítimo a partir de uma altitude (h) do nível do mar (uma torre ou montanha) a linha de visada não está na horizontal e sim ligeiramente abaixo com um ângulo de depressão (α). A horizontal por definição é perpendicular à vertical, definida por um peso num fio de prumo.

Mostramos no anexo 2, por geometria, que o raio da Terra (R) é calculado por:

$$R = 2h/\alpha^2$$

Onde o ângulo (α) é menor que 5 graus, (α) é expresso em radianos.

* Engenheiro da Embratel (Divisão de Rádio, projeto e implantação de troncos de microondas).

Exemplo (vide figura 2, Anexo 3):

- Ângulo de depressão $\alpha = \text{variação } \Delta h / \text{dimensão da plataforma}$
 $\alpha = 0,10\text{m} / 10\text{m} = 0,01 \text{ radiano}$

(nota: 1 radiano = 57,3 graus)

Altitude do observador: $h = 320\text{m}$ (dado inicial)

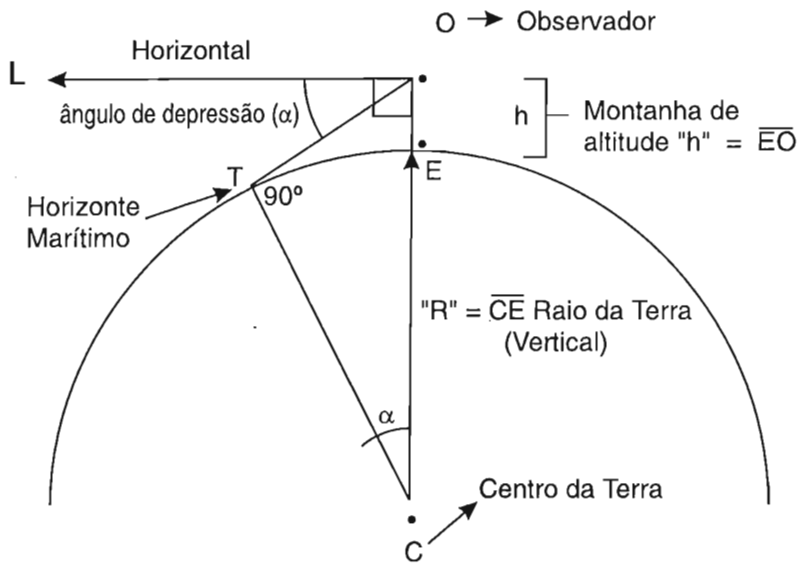
- Cálculo:

$$R = 2h/\alpha^2 = (2 \times 320\text{m}) / (0,01)^2$$

$$R = 6.400.000\text{m}$$

ANEXOS

1. TOPOLOGIA (figura 1)



Nota: O ângulo de depressão de visada do horizonte (α) é o próprio ângulo central determinado pelo observador "O" e o horizonte "T". Basta observar que os ângulos $\hat{C}T\hat{O}$ e $\hat{L}\hat{O}\hat{C}$ são iguais a 90° .

2. RELAÇÃO ENTRE O ÂNGULO DE DEPRESSÃO ("A", EM RADIANOS) E O RAI DA TERRA "R" (DEMONSTRAÇÃO)

Potência do ponto "O" (observador) situado a uma altitude "h":

$$h \times (h + 2R) = \overline{OT}^2 \tag{1}$$

$$h \times 2R \cong \overline{OT}^2, \text{ pois } h \text{ é muito menor que } R$$

Ângulo de depressão (α) (que é igual ao ângulo central $T \hat{C} O$):

como (α) é menor que 5° , vale a aproximação $\alpha = \tan \alpha$

$$\alpha = \tan \alpha = \overline{OT}/R$$

$$\overline{OT} = \alpha \times R$$

substituindo em (1) temos:

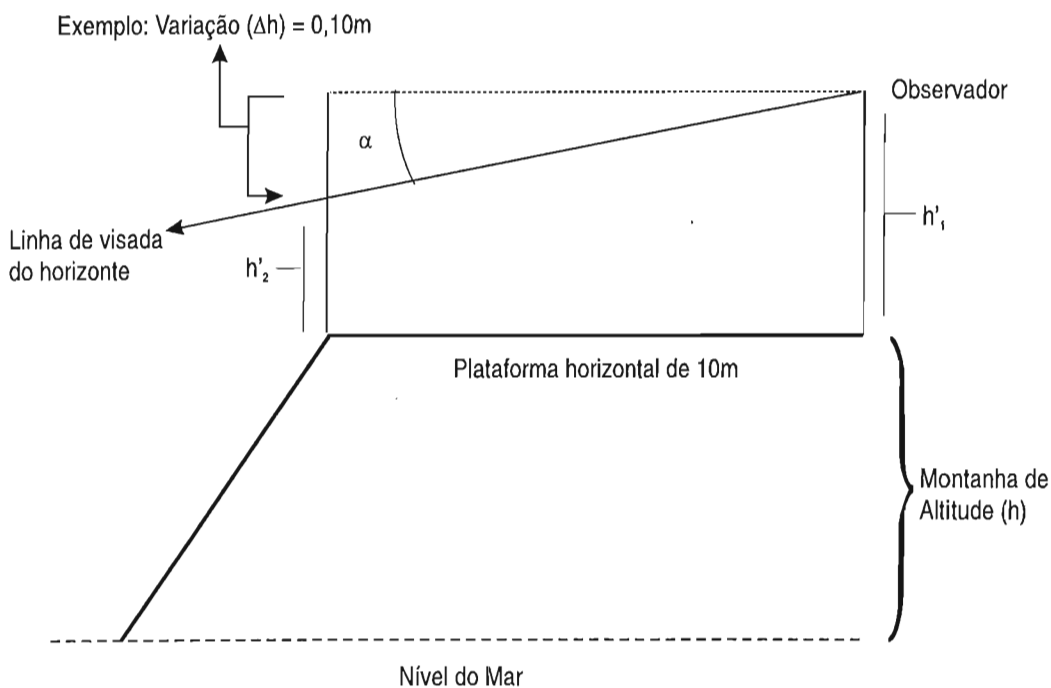
$$h \times 2R = \alpha^2 \times R^2$$

$$R = 2h / \alpha^2 \quad \text{c.q.d.}$$

3. MEDIÇÃO DO ÂNGULO DE DEPRESSÃO DO HORIZONTE MARÍTIMO

a) *TOPOLOGIA* (figura 2)

$$\text{Variação } (\Delta h) = h'_1 - h'_2$$



Δh = diferença de altitude nas extremidades da plataforma, na linha de visada (linha que vai do observador ao horizonte marítimo).

Ângulo α = variação Δh / dimensão de plataforma

b) *EXEMPLO DE MEDIDA*

Ângulo $\alpha = 0,10\text{m}/10\text{m} = 0,01$ radiano = 0,57 grau.

RESUMO

O artigo mostra que na antigüidade seria possível calcular o raio da terra através de uma medição rudimentar do ângulo de depressão (em relação à horizontal) do horizonte marítimo, visto de uma montanha. Horizontal, por definição, é a perpendicular ao fio de prumo.

A inspiração para o artigo nasceu ao estudarmos a variação do ângulo de apontamento entre duas antenas de microondas em visão direta (que variava com o índice de refração do ar). Notamos que o ângulo de apontamento é ligeiramente abaixo da horizontal. Ao calculá-lo notamos haver relação com o raio da Terra. □

DROGARIA 24 HORAS

**Tels.: 201-3607
(021) 581-6175**

ABERTA DIA E NOITE

**FAZEMOS CONVÊNIOS COM
EMPRESAS E INSTITUIÇÕES**

*ACEITAMOS TODOS OS
CARTÕES DE CRÉDITO*

**O MELHOR PREÇO
DO BAIRRO**

Agradecemos a Preferência

**AV. SUBURBANA, 4.370
LOJAS A/B - DEL CASTILHO
RIO DE JANEIRO - RJ**