

Introdução à Dinâmica de Mecanismos Flexíveis

*Armando Morado Ferreira**
*Clódio Alberto Pastro Sarzeto**

1 – INTRODUÇÃO

A importância dos efeitos decorrentes da flexibilidade dos componentes de mecanismos cresceu com a demanda por mecanismos mais leves, rápidos e precisos.

Admitindo-se a hipótese de corpo rígido, os deslocamentos relativos internos não são permitidos, possibilitando descrever a posição absoluta de qualquer ponto do corpo através da posição local do ponto e das coordenadas de posição e orientação absolutas de um único referencial rigidamente ligado ao corpo, com origem em geral coincidente com o centro de massa para simplificação das equações.

Assim a posição e a orientação do referencial ligado a um corpo rígido são tomadas como posição e orientação do corpo.¹

No corpo flexível há possibilidade de deslocamentos relativos entre pontos de corpo, demandando uma revisão dos conceitos de posição e orientação do corpo.^{1,2}

Propõe-se^{1,2} para um corpo flexível um referencial não necessariamente com ligação rígida ao corpo, tão pouco com origem coincidente com o centro de massa, mas que descreve a parte de corpo rígido do movimento do corpo flexível e em relação ao qual são medidos os deslocamentos elásticos.

Este referencial flutuante do corpo deve atender a certas condições de referência, que são consistentes com as restrições cinemáticas.

Para obtenção dos deslocamentos elásticos procede-se a uma discretização do corpo flexível segundo o método dos elementos finitos, definindo-se como coordenadas elásticas os deslocamentos elásticos nodais, a partir dos quais é possível obter-se o deslocamento elástico de qualquer ponto do corpo.

A posição e a orientação absolutas do referencial do corpo, ditas coordenadas de referência,^{1,2} junto com as coordenadas elásticas formam um conjunto de coordenadas generalizadas com o qual se determina a posição absoluta de qualquer ponto do corpo.^{1,2}

Uma formulação variacional das equações de movimento de um mecanismo flexível, associada às equações algébricas que representam as restrições cinemáticas, leva a um sistema diferencial-algébrico de equações de movimento, incluindo multiplicadores de Lagrange que determinam indiretamente as forças de restrição.^{1,2}

As equações de movimento são apresentadas em uma forma geral no item 2, juntamente com uma descrição sumária de um algoritmo para integração no tempo de um sistema de equações diferenciais-algébricas (EDA). Para exemplificar o emprego da metodologia estudada apresenta-se no item 3 um exemplo de análise dinâmica de um manipulador robótico de um braço, e no item 4 são apresentadas conclusões.

2 – EQUAÇÕES DE MOVIMENTO

As equações de movimento de um mecanismo flexível podem ser obtidas na forma^{1,2}

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \Phi_q^T \\ \Phi_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_e + \mathbf{Q}_v - \mathbf{K}\mathbf{q} \\ \gamma \end{bmatrix}, \quad (2.1)$$

onde,

- \mathbf{q} é o vetor de coordenadas generalizadas do mecanismo, incluindo coordenadas elásticas dos corpos flexíveis;
- λ é o vetor de multiplicadores de Lagrange associado às forças de restrição;
- $\mathbf{M}=\mathbf{M}(\mathbf{q})$ é a matriz de massa do mecanismo, que considera acoplamentos não-lineares entre as coordenadas de referência e as coordenadas elásticas;
- $\Phi=\Phi(\mathbf{q},\mathbf{t})$ é o vetor de restrições cinemáticas sobre as coordenadas generalizadas;
- Φ_q é a derivada do vetor de restrições em relação às coordenadas generalizadas;
- $\mathbf{Q}_e=\mathbf{Q}_e(\mathbf{q},\mathbf{q})$ é um vetor de forças externas generalizadas;
- $\mathbf{Q}_v=\mathbf{Q}_v(\mathbf{q},\mathbf{q})$ é um vetor de forças centrífugas e de coriolis generalizadas;
- \mathbf{K} é uma matriz constante, consistindo na generalização da matriz de rigidez estrutural de forma que sejam nulos os coeficientes das coordenadas de referência;
- $\gamma=\gamma(\mathbf{q}, \mathbf{q}, \mathbf{t})$ é um vetor associado às restrições sobre as acelerações.

Para a solução de equações de movimento de mecanismos flexíveis do tipo EDA propõe-se^{1,2} um algoritmo no qual um pré-processador avalia características estruturais invariantes, e admitindo uma partição de variáveis pré-determinada entre variáveis dependentes e independentes faz-se uma redução para primeira ordem das equações diferenciais, sendo empregados métodos como os de Runge-Kutta ou Hamming para o processo de

integração. As equações das restrições cinemáticas, solucionadas por um algoritmo de Newton-Raphson, são utilizadas para correção das coordenadas e velocidades dependentes.

3 – EXEMPLO

Trata-se de um exemplo de análise dinâmica de um mecanismo manipulador robótico de um braço com torque aplicado na extremidade rotulada. O mecanismo está representado na Figura 3.1.

O corpo do manipulador é tomado como uma viga uniforme que pode girar em torno da origem do referencial inercial mas não sofre translação. As condições iniciais são as de repouso, sem deformações.

As seguintes propriedades geométricas e de material são estabelecidas para este exemplo:

- comprimento, $l = 1\text{ m}$;
- área da seção-reta, $a = 5.0 \times 10^{-4}\text{ m}^2$;
- segundo momento de área, $I = 1.04 \times 10^{-9}\text{ m}^4$;
- massa específica, $r = 7800\text{ Kg/m}^3$; e
- módulo de elasticidade longitudinal, $E = 2.1 \times 10^{11}\text{ N/m}^2$.

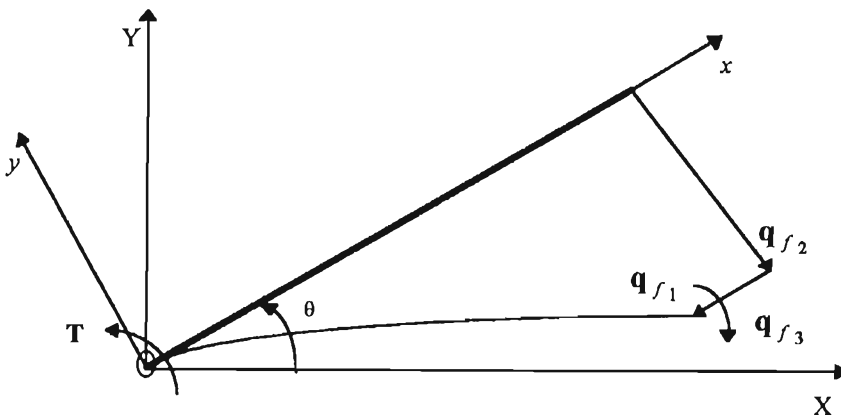


Figura 3.1: Modelo de um manipulador robótico de um braço.

O torque aplicado na extremidade pivoteada é proporcional ao tempo, com constante de proporcionalidade igual ao momento de inércia com relação ao eixo de rotação,

$$T = \frac{ml}{3} t, \quad (3.1)$$

onde m é a massa do manipulador.

O torque especificado na Equação 3.1 para a hipótese de braço rígido resulta nas seguintes expressões para aceleração, velocidade e posição angulares:

$$\theta = t \tag{3.2}$$

$$\dot{\theta} = \frac{t^2}{2}, \tag{3.3}$$

$$\theta = \frac{t^3}{6}, \tag{3.4}$$

e também nas seguintes componentes para as forças de restrição no mancal da extremidade pivoteada:

$$F_x = -\lambda(1) = -\frac{ml}{2} \left[\frac{t^4}{4} \cos\left(\frac{t^3}{6}\right) + t \sin\left(\frac{t^3}{6}\right) \right], \text{ e} \tag{3.5}$$

$$F_y = -\lambda(2) = -\frac{ml}{2} \left[\frac{t^4}{4} \sin\left(\frac{t^3}{6}\right) - t \cos\left(\frac{t^3}{6}\right) \right]. \tag{3.6}$$

Para a hipótese de corpo flexível são impostas condições de referência de viga pivoteada-livre (VPL) ao referencial do corpo, de forma que os três deslocamentos elásticos na extremidade pivoteada são suprimidos (vide Figura 3.1). O corpo é modelado com um elemento de viga, e o mesmo torque da Equação 7.1 é aplicado.

Para a integração das equações de movimento do mecanismo flexível foi empregado o método de Hamming com um passo de 1×10^{-5} s.

Observa-se que, conforme a formulação proposta, os resultados para as coordenadas generalizadas de referência e para os esforços são obtidos em coordenadas globais, enquanto as coordenadas generalizadas elásticas são expressas no referencial local do corpo.

Os resultados de uma análise dinâmica para a hipótese de corpo flexível são apresentados a seguir, junto com uma comparação com a solução analítica para corpo rígido.

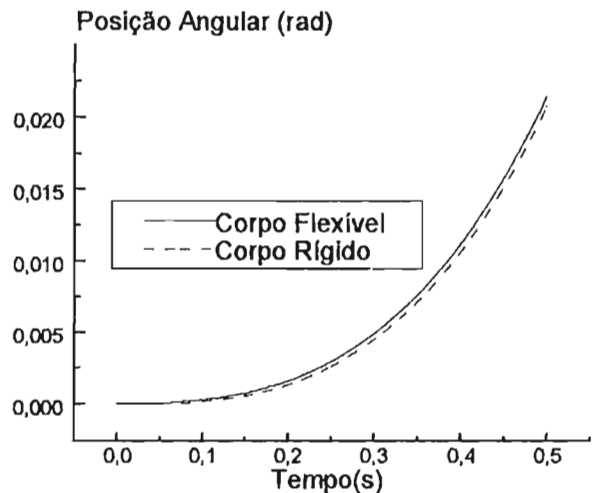


Figura 3.2: Posição angular do referencial do manipulador.

Como o torque escolhido é baixo, e aplicado gradualmente a um sistema de relativa rigidez, é previsível que as respostas para corpo rígido e corpo flexível encontradas para os primeiros instantes não sejam muito diferentes, o que se confirma nos resultados apresentados.

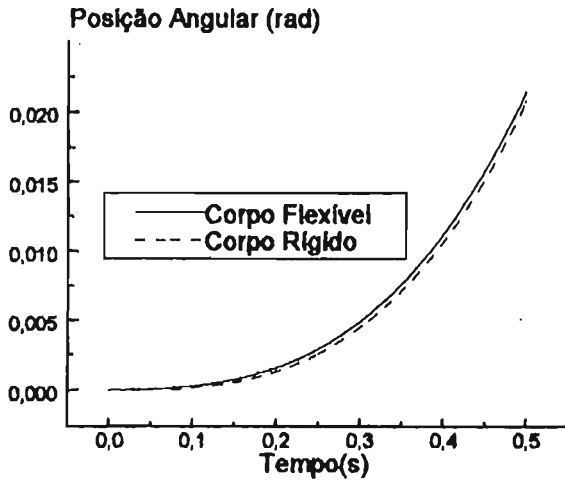


Figura 3.3: Velocidade angular do referencial do manipulador.

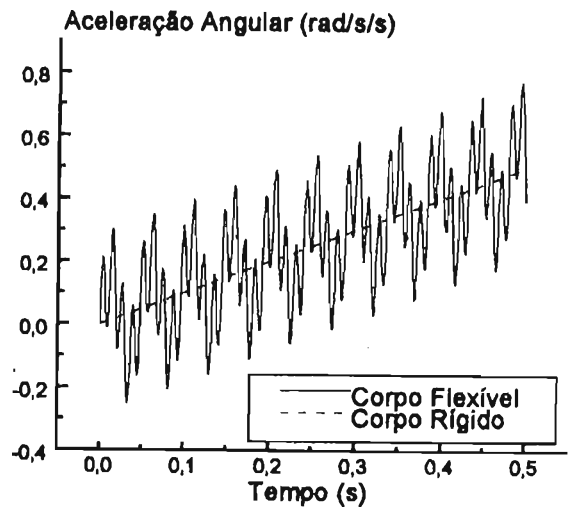


Figura 3.4: Aceleração angular do referencial do manipulador.

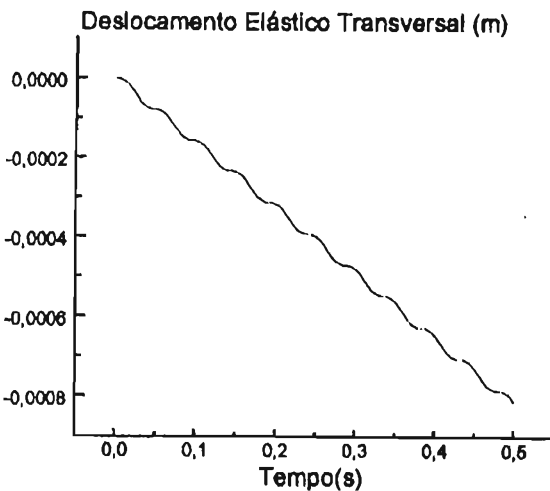


Figura 3.5: Deslocamento elástico transversal da extremidade livre.

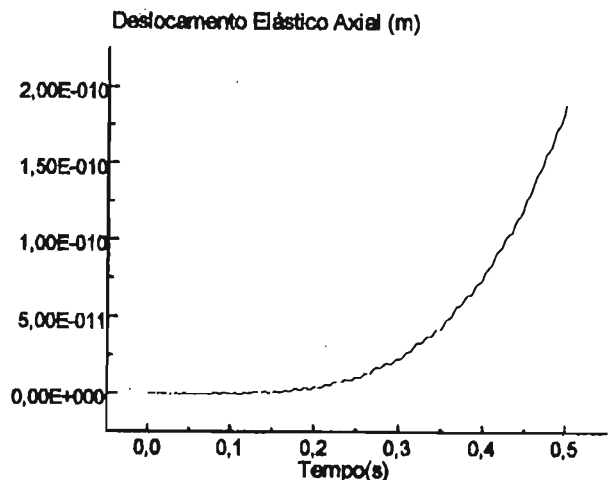


Figura 3.7: Deslocamento elástico axial da extremidade livre.

4 – CONCLUSÃO

Pretende-se com este trabalho apresentar uma introdução a uma metodologia de análise dinâmica de mecanismos flexíveis planos submetidos a pequenas deformações enquanto executam grandes movimentos, podendo ser empregada para o estudo de mecanismos complexos, com diferentes tipos de junta, e se necessário com formulações de elementos finitos mais sofisticadas.

Para um detalhamento desta metodologia pode ser consultada a tese de mestrado² feita pelo primeiro autor sob a orientação do segundo.

BIBLIOGRAFIA

1. Shabana, A. A. Dynamics of Multibody Systems. John Willey & Sons, Nova Iorque, 1989.
2. Ferreira, A. M. Análise Dinâmica de Mecanismos Flexíveis Planos, Tese de Mestrado, IME, Rio de Janeiro, 1997.

ATUALIZE SEU CADASTRO

A BIBLIEX quer levar suas publicações até você em qualquer parte do Brasil ou do exterior. Se você mudou de endereço, ou deseja fazer alguma alteração junto ao nosso cadastro, preencha por favor o formulário abaixo

NOME			
ENDEREÇO para correspondência			
CIDADE	UF	PAÍS	CEP
DATA DE NASCIMENTO	SEXO Masc <input type="checkbox"/> Fem <input type="checkbox"/>	IDENTIDADE e órgão emissor	CPF
ORGANIZAÇÃO ONDE TRABALHA			
ENDEREÇO PROFISSIONAL			
MILITAR <input type="checkbox"/>	POSTO / GRAD (se militar)	<input type="checkbox"/> Ativa <input type="checkbox"/> Reserva	PROFISSÃO (se civil)
REVISTA QUE ASSINA:			
<input type="checkbox"/> A DEFESA NACIONAL <input type="checkbox"/> REVISTA DO EXÉRCITO BRASILEIRO <input type="checkbox"/> REVISTA MILITAR DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA			

BIBLIOTECA DO EXÉRCITO
 Palácio Duque de Caxias - Praça Duque de Caxias, 25 - Ala Marçílio Dias - 3º andar - Centro - Rio de Janeiro, RJ - CEP 20221-260
 Ligação Gratuita de todo o Brasil: (0800) 23.8365
 Telefax: (021) 519.5569 - E-mail: bibliex@ism.com.br