

## Algoritmo para a Detecção Rápida e Eficiente de Proximidade em Radares FM-CW com Processamento Digital

---

*Alexandre Pimentel Mendonça\* Luiz Antônio de Moraes Filho\*\**

### RESUMO

Um sistema de detecção de proximidade<sup>1,2</sup>, baseado em princípios de radar, é particularmente importante em situações de perseguição como, por exemplo, um míssil tentando abater uma aeronave (alvo). Neste caso, o circuito de radar é chamado de “espoleta de proximidade”.

A probabilidade de impacto direto do míssil no alvo depende de vários fatores, dentre os quais a capacidade de manobra do míssil (dentro da malha de guiamento) e a capacidade do alvo de fugir ou “enganar” o míssil. Esta probabilidade se torna pequena com o advento dos modernos e velozes caças e das técnicas de evasão<sup>3</sup>. Então, uma combinação de duas características do projeto do míssil torna-se fundamental para abater-se o alvo: a detonação por proximidade e a eficiência da carga explosiva. Assim, é inquestionável a necessidade de trabalhos nestas áreas, que envolvam, além da teoria de radar, a teoria de guerra eletrônica (abrangendo as contra-medidas e contra-contra-medidas<sup>3</sup>) e os aspectos estocásticos para a detecção e estimação de sinais.

### I. INTRODUÇÃO

O trabalho<sup>1,2</sup> de Mendonça e Carvalho apresentou uma proposta de um sistema analógico para a detecção de proximidade. Tal sistema foi

implementado em protótipo e, em seguida, submetido a uma bateria de testes (IPD/CTEx-1994).

Os testes com o protótipo foram relevantes para a aceitação técnica parcial da filosofia do projeto, isto quanto aos princípios de radar. Porém, a implementação analógica apontou alguns aspectos nega-

\* CAP OEM – Departamento de Engenharia Elétrica - IME.

\*\* Departamento de Engenharia Elétrica - IME.

tivos, dentre eles a necessidade de ajuste em muitos componentes e o alto nível de ruído gerado por osciladores, amplificadores operacionais ou outros componentes. Além disto, a constante evolução do projeto do míssil pode requerer a alteração de algum parâmetro de detecção, ocasionando todo um novo ajuste ou alteração a nível de circuito. Assim sendo, o projeto digital seria uma questão de tempo, pois qualquer adaptação se tornaria uma alteração do *firmware*, o que é menos caro e complexo.

## 2. O SISTEMA DIGITAL

A Figura 1 mostra o diagrama em blocos do detector de proximidade digital proposto por este trabalho.

O diagrama da Figura 1 possui semelhanças àquele do sistema original<sup>1,2</sup>. Porém, o modelo digital permite facilidades na alteração e adaptação de parâmetros do projeto, como a distância máxima de detecção do alvo ou a forma-de-onda FM modulante, que seriam feitas a nível de software, não requerendo o desenvolvimento de um novo hardware.

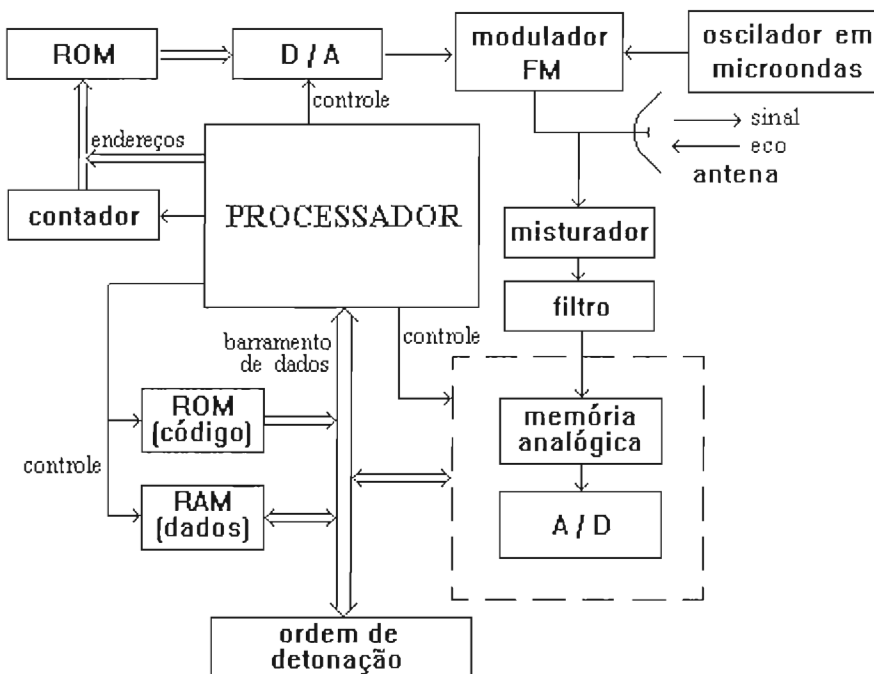


Figura 1 – Diagrama em blocos do detector de proximidade digitalizado.

Comparando os modelos analógico e digital, pode-se fazer observações quanto a determinados componentes:

1) Os dispositivos implementados em microondas, que são o modulador FM, oscilador, misturador e antena, permanecem como no modelo original, não sendo motivo de aperfeiçoamento neste trabalho.

2) O gerador de onda dente-de-serra é substituído por um conversor D/A, que gera uma forma-de-onda armazenada em memória não volátil. O processador tem ainda a possibilidade de chavear formas-de-onda.

3) O sinal de batimento, que é colhido na saída do misturador, não é mais processado analogicamente, sendo primeiramente digitalizado, com o auxílio de um filtro anti-aliasing, de uma memória analógica (tipo CCD) e de um conversor A/D, para posteriormente ser tratado pelo processador. A utilização intermediária de uma memória analógica é justificável pelo fato de estudos preliminares exigirem uma taxa de amostragem acima de  $10^6$  amostras/s, o que é difícil de ser obtido com a tecnologia de conversão A/D atual. Assim, o batimento primeiramente é armazenado na memória analógica (taxa de amostragem alta) e posteriormente convertido para dados digitais (taxa de conversão baixa).

4) Todos os processos de filtragem, detecção do alvo e estimação de distância e velocidade são implementados em software.

5) Fazem parte do hardware proposto memórias ROM e RAM. A memória ROM (não volátil) armazena o código fonte do software de processamento (firmware), incluindo possíveis tabelas de dados, e a memória RAM é responsável pelo armazenamento dinâmico de variáveis e dados digitais convertidos.

6) Também está presente uma interface em hardware com os componentes subseqüentes à placa de processamento (circuitos de detonação), que ainda está em fase de especificação.

### 3. CRITÉRIO DE DETECÇÃO

Conforme documentado<sup>2</sup>, o primeiro protótipo da placa de processamento do sinal de radar para detecção de proximidade se valeu de circuitos de comparação de nível de tensão na saída de cada filtro do “Banco de Filtros Doppler”, níveis estes calculados em função da tensão pico-a-pico gerada por um amplificador limitador, de probabilidades de detecção e de falso-alarme e do nível de ruído extraído de um canal auxiliar.

#### 3.1. Batimento a Processar

Ignorando-se, de início, o efeito Doppler e definindo-se  $R$  como a distância entre o radar e o alvo,  $C$  como a velocidade da luz,  $S(t)$  como o sinal transmitido,  $E(t)$  como o eco de  $S(t)$  refletido no alvo,  $W(t)$  como a frequência angular instantânea de  $S(t)$ ,  $W_c$  como a frequência angular da portadora de microondas e  $W_\Delta(t)$  como a frequência angular de desvio gerado pela modulação FM, pode afirmar-se que<sup>1</sup>:

$$S(t) = K_1 \times \text{sen}(W_c \times t + \int_{-\infty}^t W_{\Delta}(u) du), \quad (1)$$

$$E(t) = K_2 \times \text{sen}(W_c \times [t - 2R/C] + \int_{-\infty}^{t-2R/C} W_{\Delta}(u) du), \quad (2)$$

$$W(t) = W_c + W_{\Delta}(t), \quad (3)$$

sendo  $K_1$  e  $K_2$  constantes. Então, o batimento entre  $S(t)$  e  $E(t)$ , a partir deste ponto chamado de  $\text{proc}(t)$ , será o produto  $S(t) \times E(t)$  que, a menos de uma constante multiplicativa  $V_0$  e desprezando harmônicas de  $W_c$ , pode ser reescrito através da Equação (4):

$$\text{proc}(t) \equiv V_0 \times \text{Cos}(W_c \times 2R/C + \varphi + \int_{t-2R/C}^t W_{\Delta}(u) du). \quad (4)$$

O termo  $\varphi$  representa uma fase aleatória, que pode assumir qualquer valor entre 0 e  $2\pi$ . A Equação (4) relaciona diretamente o sinal a ser processado com a forma-de-onda FM modulante. Com ela, permite-se tirar uma conclusão interessante: caso  $W_{\Delta}(u)$  seja periódico com período  $1/f_r$ ,  $\text{proc}(t)$  também será periódico com o mesmo período. Logo o espectro de  $\text{proc}(t)$  será raiado a cada  $f_r$ .

Admitindo-se periodicidade na forma-de-onda FM modulante (frequência  $f_r$ ) e  $2R/C \ll 1/f_r$  ( $2R/C$  é o tempo de viagem do sinal até ser refletido e retornar à antena), a partir de agora, é de interesse calcular a potência de cada uma das raias harmônicas de  $f_r$  que surgem no espectro de  $\text{proc}(t)$ .

Como  $\text{proc}(t)$  é periódico, pode-se discretizar a forma-de-onda FM modulante (cada período é dividido em  $p$  pontos), valer-se da aproximação da Equação (5) e aplicar<sup>7</sup> alguns dos teoremas das Transformadas de Fourier para obter-se o resultado da Equação (6).

$$\int_{t-\Delta t}^t W_{\Delta}(u) du \sim \Delta t W_{\Delta}(t), \text{ (se } \Delta t = 2R/C \ll 1/f_r). \quad (5)$$

$$C_n^2 = (2 V_0/p)^2 \left\{ \left( \sum_{k=1}^p \{ \cos(2pnk/p) \cos(\Delta t W_{\Delta}[k]) \} \right)^2 + \left( \sum_{k=1}^p \{ \text{sen}(2pnk/p) \cos(\Delta t W_{\Delta}[k]) \} \right)^2 \right\}. \quad (6)$$

Os termos de fase constante e aleatória não traziam qualquer informação, por isso foram convenientemente suprimidos.

Esta Equação (6) é a forma de calcularem-se numericamente os coeficientes  $C_n^2$  a partir de uma forma-de-onda FM modulante periódica, onde um período é definido por um vetor  $W_\Delta[\ ]$  de  $p$  pontos. Vale observar que é necessário manter  $\Delta t (= 2R/C)$  fixo. Ou seja, cada forma-de-onda, a cada distância do alvo, vai gerar-se um conjunto distinto de coeficientes  $C_n$ .

Conforme demonstrado, o espectro do sinal de batimento a ser processado, sem levar em conta o efeito Doppler, é raiado a cada  $f_r$ , cuja amplitude de cada harmônica é  $C_n$ .

Ao levar-se em conta o efeito Doppler, o espectro do batimento sofre um pequeno deslocamento à direita, isto quando o alvo se aproxima, ou à esquerda, quando o alvo se afasta. A magnitude deste deslocamento é  $f_d$  (frequência Doppler). Se  $v_r$  é a velocidade radial relativa entre o radar e o alvo e  $\lambda$  é o comprimento de onda da portadora em microondas, é conhecida a seguinte relação<sup>7</sup>:

$$f_d = 2 v_r / \lambda. \quad (7)$$

É fácil concluir que a não ambigüidade nas medidas de velocidade e distância exige que se assegure que  $f_d$  não desloque as raias no espectro mais que um valor máximo igual a  $f_r$ . Então, deve-se assegurar  $f_d \ll f_r$ .

### 3.2. Amostragem

A nomenclatura associada aos parâmetros e condições de amostragem do sinal de batimento a ser digitalizado é definida da seguinte forma: frequência de amostragem –  $f_s$ ; número de pontos da FFT –  $N_p$ ; tempo de amostragem  $N_p/f_s$ ; número de harmônicas de interesse no processamento –  $N_c$ ; restrição quanto à taxa de Nyquist –  $f_s > 2 N_c f_r$ ; resolução em frequência –  $f_s / N_p$ ; número de raias onde se espera haver sinal –  $N_i$ ; número de raias equivalente à máxima frequência Doppler possível –  $N_i/N_c$ .

### 3.3. Formulação do Teste de Hipóteses

Para o teste de detecção de alvos, são formuladas duas hipóteses:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \text{não há alvo até a distância máxima de detecção} \\ H_1 : \text{há alvo próximo} \end{array} \right.$$

A dificuldade para a formulação do teste de hipóteses é que não se conhece, a priori, a distribuição do ruído, ou mesmo se ele é intencional (interferência) ou não.

Então, para a construção do teste, cria-se um modelo para o ruído: admite-se que o ruído é branco, ou uniformemente distribuído em frequência, e gaussiano. Assim, o teste de hipóteses resumir-se-á em decidir entre

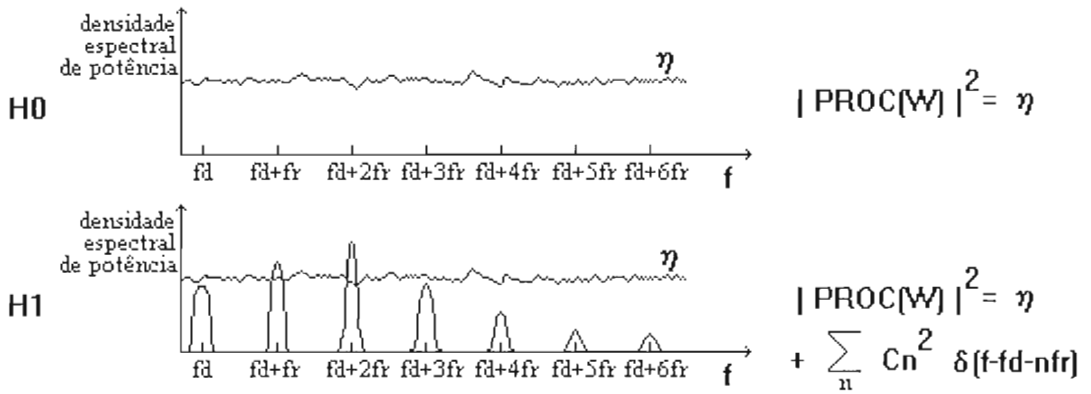


Figura 2 - Densidade espectral de potência a ser decidida no teste de hipóteses.

onde  $\eta$  e os  $C_n$  são as constantes que ponderam sinal e ruído.

Como são desconhecidas as probabilidades a priori, será adotado o critério de Neyman-Pearson<sup>7</sup>, ou seja, será fixada uma probabilidade de falso-alarme igual a  $P_{fn}$ .

### 3.4. Amostrando o Ruído - Construção do Teste

Com a hipótese de não haver sinal ( $H_0$ ), ou seja, só haver ruído, o sinal a ser processado,  $proc(t)$ , será amostrado  $N_p$  vezes, com período de amostragem  $1/f_s$ . Definindo  $n[ ]$  como a matriz de pontos de  $proc(t)$  discretizada e  $N[ ]$  como a matriz complexa gerada com a FFT de  $n[ ]$ , o modelo assumido do ruído garante que as partes real e imaginária de

$$N[k] = \sum_{i=0}^{N_p-1} n[i] e^{-j2\pi ki/N_p} \tag{8}$$

serão variáveis aleatórias gaussianas, com variâncias das partes real e imaginária

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{real}\{N[k]\}}^2 &= \sigma_{\text{imaginária}\{N[k]\}}^2 = \sigma_n^2 \sum_{i=0}^{N_p-1} \cos^2(2\pi ki/N_p) = \\ \sigma_n^2 \sum_{i=0}^{N_p-1} \{1 + \cos(4\pi ki/N_p)\} / 2 &= \{N\pi \sigma_n^2\} / 2. \end{aligned} \tag{9}$$

$\sigma_n^2$  pode ser estimado a partir da densidade espectral nas bandas onde é garantida a ausência de sinal – ver Equação (11).

Ora, como as partes real e imaginária de  $N[k]$  são variáveis aleatórias  $N(0, Np\sigma_n^2/2)$ , pode-se normalizar  $N[k]$  tal que aquelas partes se tornem  $N(0,1)$ , e assim aplicar o teorema da distribuição  $\chi^2$ .

Conclui-se então que a variável aleatória

$$\frac{2}{Np\sigma_n^2} |N[k]|^2$$

tem distribuição  $\chi^2_2$  (qui-quadrada com dois graus de liberdade), isto graças à soma dos quadrados das partes real e imaginária.

Porém, apenas um determinado número de amostras no espectro contém informações do sinal. O critério de decisão proposto atuará justamente na análise dessas amostras, que representam faixas estreitas onde podem estar excursionando os desvios Doppler, isto devido à condição  $f_d \ll f_r$ .

Seja  $N_i$  o número de pontos de FFT correspondentes às faixas do espectro onde se espera haver sinal. Pode-se então afirmar pelo exposto que, sob hipótese  $H_0$ , a distribuição de

$$Z = \frac{2}{Np\sigma_n^2} \sum_{k \in \{N_i\}} |N[k]|^2 \tag{10}$$

é uma  $\chi^2_{2N_i}$  (chi-quadrada com  $2N_i$  graus de liberdade).

Com este resultado, o teste pode ser facilmente implementado da seguinte forma:

- 1) fixar uma probabilidade de falso-alarme igual a  $P_{fa}$ .
- 2) verificar, através de valores tabelados, que valor  $T_\alpha$  (limiar de detecção ou *threshold*) satisfaz a  $P(Z > T_\alpha) = P_{fa}$ .
- 3) Computar  $Z$ , através da Equação (10).
- 4) Decidir por

$$\begin{cases} H_0 : \text{se } Z < T_\alpha \\ H_1 : \text{se } Z > T_\alpha \end{cases}$$

### 3.5. Estimativa de $\sigma_n^2$

O teorema de Parseval<sup>5</sup>, que é o teorema da conservação da energia nos domínios do tempo e da frequência, permite a seguinte estimativa<sup>7</sup>:

$$\sigma_n^2 \approx \hat{\sigma}_n^2 = 1/Np \text{ média } \left( \sum_{k \in \{N_i\}} |N[k]|^2 \right). \tag{11}$$

### 3.6. Potência do Teste

A potência do teste é medida através de curvas relação sinal-ruído (RSR) por probabilidade de detecção ( $P_d$ ), mantendo-se fixa a probabilidade de falso-alarme ( $P_f$ ).

Manipulações algébricas permitem que se chegue ao seguinte resultado<sup>7</sup>:

$$P_d \cong P(\chi^2_{2N_i} > T_\alpha - 2 N_p \text{RSR}^2). \quad (12)$$

## 4. ESTIMAÇÃO DE VELOCIDADE DOPPLER E DISTÂNCIA

Velocidade e distância são os dois parâmetros fundamentais da cinemática do alvo. Suas medidas serão responsáveis pelo momento da detonação da carga explosiva. Por exemplo: detecta-se um alvo a 10m com velocidade radial 200m/s; com estes valores, é esperado que o alvo esteja o mais próximo possível em 50ms.

O estimador de velocidade é construído diretamente a partir da FFT das  $N_p$  amostras capturadas. Já a estimação de distância depende da forma-de-onda FM modulante, que é desconhecida, a princípio. O sensato é primeiro estimar os  $C_n^2$  e depois sim o  $\Delta t$  correspondente que gerou os  $C_n^2$ .

### 4.1. Construção dos Estimadores

De tudo que já foi exposto, é natural a construção dos estimadores a partir da FFT das amostras capturadas. Como distância e velocidade são, a princípio, parâmetros desconhecidos, é própria a estimação por máxima verossimilhança. Pode-se também supor que, dentro de determinados intervalos, distância e velocidade possam assumir valores com iguais probabilidades de ocorrência (por exemplo: distância de 1 a 20m e velocidade de 0 a 500m/s). Neste caso, também é válido o estimador de mínimo erro médio quadrático (MEMQ). Por razões eurísticas<sup>7</sup>, optou-se pelo MEMQ.

Prova-se<sup>7</sup> que a escolha do critério de estimação por MEMQ faz com que o valor estimado de  $f_d$ , em cada raia de interesse, seja igual à média de  $f_d$  sob o espectro, ponderado pelas amostras  $\text{IN}[\ ]^2$ .

Também pode-se demonstrar<sup>7</sup> que a estimativa de cada  $C_n^2$  é obtida calculando-se a área sob a curva do espectro quadrático de  $\text{proc}(t)$  (dentro dos intervalos de interesse) e diminuir do valor esperado da energia do ruído, este facilmente calculado a partir da estimativa de  $\sigma_n^2$ .

Mas, é preciso normalizar os valores estimados de  $C_n^2$ , por exemplo, forçando a soma deles igual a 1, ou

$$\sum_{i=1}^{N_c} C_n^* = 1, \quad (13)$$

onde, por definição,

$$C_n^* = C_n^2 / \sum_{i=1}^{N_c} C_i^2. \quad (14)$$



Construído o vetor  $\underline{C} = [C1^*, C2^*, \dots, CNc^*]$  com valores estimados, basta verificar de que vetor de um banco de coeficientes previamente calculados, cada vetor correspondente a um  $\Delta t$  diferente, está mais próximo de  $\underline{C}$ . Este vetor mais próximo está associado à estimativa de  $\Delta t$ , que se relaciona diretamente com a distância.

## 4.2. Simulações e Conclusões

Através da Implementação de um software de simulação, o sistema foi intensivamente testado com as formas de onda FM modulante dente-de-serra e triangular. Uma saída gráfica semelhante à da Figura 4 é obtida ao final de cada simulação.

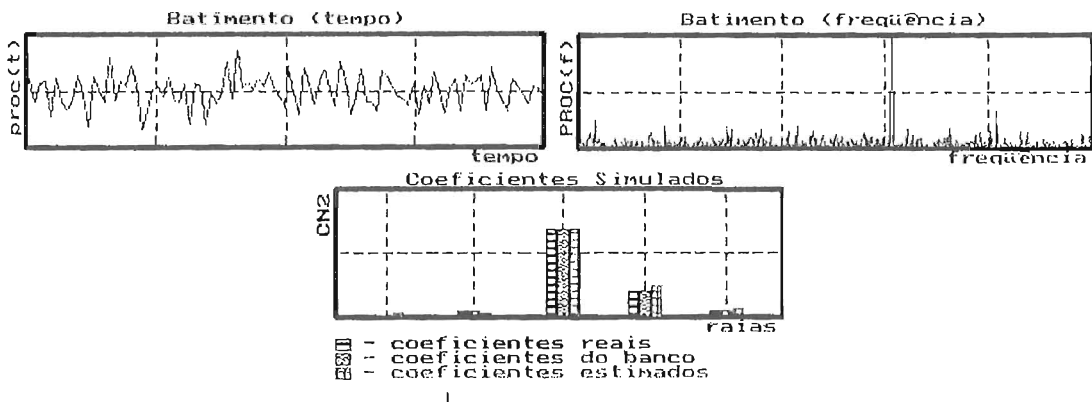


Figura 4 – Exemplo de uma simulação realizada com uma forma-de-onda dente-de-serra, que causa um desvio de frequência igual a 50MHz na portadora de microondas. Neste exemplo,  $N_p = 1024$ ,  $N_c = 5$ ,  $f_r = 100$  KHz,  $f_s = 1$  M amostras/s,  $R = 10,0$ m,  $f_d = 7,00$  KHz,  $RSR = 0.30$ ,  $P_{fa} = 0,00001$ . Observar que o algoritmo acertou a distância do alvo.

O sistema implementado mostrou-se bastante eficiente nas simulações, proporcionando quase a totalidade dos resultados satisfatórios. Contudo, uma questão deve ser discutida: o tempo de execução do algoritmo.

O tempo de execução do algoritmo é um fator primordial no desempenho do sistema. Há um limite de tempo para que ocorram a aquisição de dados, o processamento do batimento, a ordem de detonação por parte do processador e a detonação propriamente dita por parte da espoleta de proximidade.

Imaginar um alvo a 10m do radar de proximidade com velocidade radial relativa igual a 200m/s. Imediatamente vem em mente um tempo de  $10\text{m}/200\text{m/s} = 50$  ms para que o algoritmo seja processado sem que o míssil ultrapasse o alvo e venha a ser detonado depois que o alvo já escapou.

As simulações num PC 486 DX-4 100 MHz mostraram que uma FFT (procedimento que demanda quase a totalidade do tempo de execução do algoritmo) de 1024 pontos levou

em média 96,5 ms para ser executada, contra uma média de 43,4 ms nas FFT de 512 pontos. Num PC Pentium 100 MHz, esperam-se tempos 40% menores. A medida de tempo nos PC Pentium é prejudicada pela proteção em hardware que impede a reprogramação adequada do temporizador mestre da placa-mãe.

Para solucionar este problema, o melhor dos procedimentos é transformar os números a ponto-flutuante que são operados em caráter “on-line”, ou seja, a bordo do míssil, em inteiros de 16 ou 32 bits, adaptando as multiplicações, pois sabe-se que uma operação com inteiros é bem mais rápida que uma com números a ponto-flutuante. Com isto, fica até possibilitada a utilização de processadores com tecnologia semelhante à MMX<sup>6</sup> da Intel, que permite múltiplas operações com inteiros numa única instrução, acelerando o processamento matemático. A utilização de inteiros permite ainda o uso de transformadas rápidas de Fourier que se valem de aritméticas do tipo Fermat ou Mersenne<sup>4</sup>. Contudo, os algoritmos ficam extremamente complexos e de difíceis manutenção e adaptação.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. MENDONÇA, A. P. & CARVALHO, B. C., *Proposta de um Sistema de Processamento de Sinal de Radar para a Detecção de Proximidade*; Anais do VI SBMO, Belém-PA, julho, 1994, 132-136.
2. MENDONÇA, A. P. & CARVALHO, B. C., *Documentação da Espoleta de Proximidade: Placa de Processamento*; Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento, Rio de Janeiro, RJ, Relatório Técnico, 1994.
3. CHRZANOWSKI, E. J., *Active Radar Electronic Countermeasures*; Artech House, Norwood, MA, 1990.
4. NUSSBAUMER, H. J., *Fast Fourier Transform and Convolution Algorithms*; Springer-Verlag, abril, 1982.
5. OPPENHEIM, A. V. & SCHAFER, R. W., *Discrete-Time Signal Processing*; edição internacional, Prentice Hall, New Jersey, 1989.
6. MENDONÇA, A. P. & ZELENOVSKY, R., *As Novas Instruções MMX de Extensão Multimídia da Intel*; Revista Developers' Magazine, Axcel, Rio de Janeiro, RJ, novembro, 1996, 62-63.
7. MENDONÇA, A. P., *Aperfeiçoamento dos Métodos de Processamento do Sinal de Radar Aplicado à Detecção de Proximidade*; Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, RJ, Tese de Mestrado, dezembro, 1996.