

Um fórmula simples para o cálculo da altura de antenas de microondas

Marcelo Praça Gomes da Silva*

1. INTRODUÇÃO

Com o crescimento intenso do uso de rádios de microondas digitais para acesso o cálculo da altura de torres e antenas tornou-se algo muito mais comum no mundo das telecomunicações, não somente em áreas urbanas mas também em áreas rurais.

Vista a importância de semelhante assunto apresenta-se a seguir uma formulação simples para se proceder a tal cálculo.

2. DEFINIÇÃO DOS TERMOS

Seja a situação descrita pela figura 1. Segue abaixo a definição de cada uma das simbologias ali adotadas.

HA = Altitude, em relação ao *MSL*, do nível do solo no *site A*;

hA = Altura do *port* da antena no *site A* até o solo;

HB = Altitude, em relação ao *MSL*, do nível do solo no *site B*;

hB = Altura do *port* da antena no *site B* até o solo;

$d1$ = Distância entre o *site A* e o ponto crítico (*PC*);

$d2$ = Distância entre o *PC* e o *site B*;

d = Distância total entre os *sites A* e *B* ($d = d1 + d2$);

H = Altitude, em relação ao *MSL*, do nível do solo no *PC*;

hpc = Altura do obstáculo sobre o solo no *PC* (prédio ou árvore);

Δh = Sobre-elevação do *PC*;

$RF1$ = Raio do primeiro elipsóide de Fresnel no *PC*;

F = Folga na altura devido à incertezas diversas.

*Engenheiro - Nextel S.A.

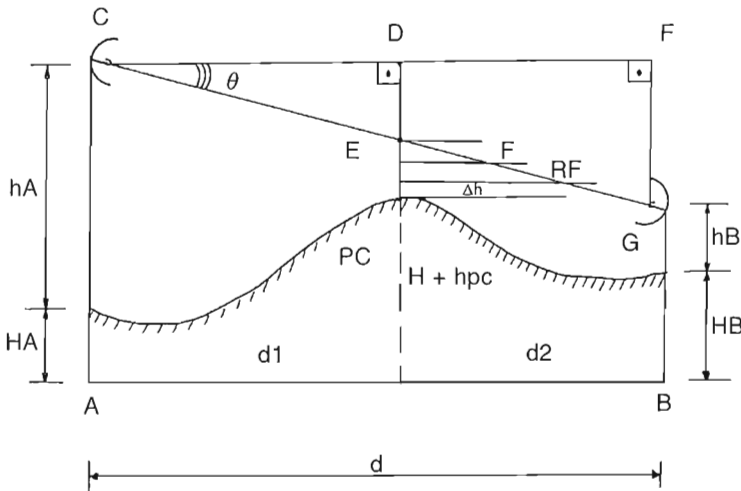


Figura 1 – Sites A e B

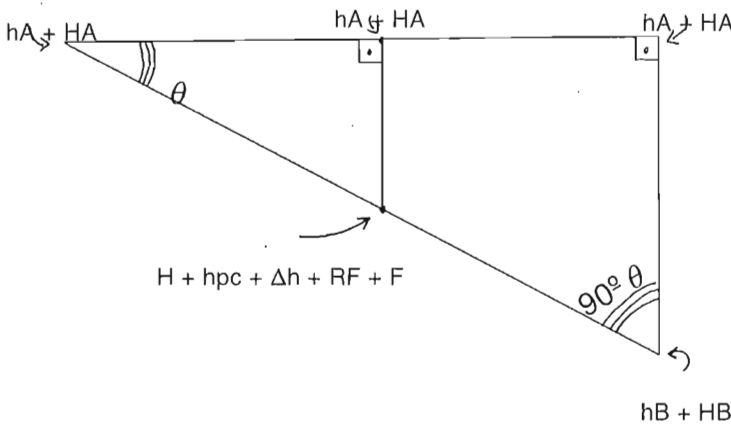


Figura 2 – Triângulos retângulos do ângulo θ

Todas as grandezas físicas anteriores deverão ser expressas na mesma unidade de medida de comprimento (que é usualmente o metro no *SI - Système International d'Unités* ou o pé no *BSWM - British System of Weights and Measures*. Entre o metro (m) e o pé (ft) temos a seguinte relação exata.

$$1 \text{ ft} = 0,3048 \text{ m}$$

Normalmente as distâncias são dadas em quilômetros (km) no *SI* ou em milhas terrestres (mi) no *BSWM*. Nesse caso, é preciso convertê-las primeiramente para metros ou pés, de acordo com as relações a seguir.

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$$

$$1 \text{ mi} = 1609,344 \text{ m (exatamente)}$$

O *MSL (Mean Sea Level)* ou *NMM* em português (Nível Médio do Mar) é a referência mor para a medida de altitudes (o chamado datum vertical ou datum altimétrico). No Brasil

costuma-se medir as altitudes em relação ao assim chamado *Marégrafo de Imbituba* (localizado no estado de Santa Catarina). Uma altitude tomada em referência ao *MSL* costuma ser dita "altitude *AMSL*" (*Above Mean Sea Level*).

O *port* de uma antena refletora parabólica é aqui entendido como o ponto de alimentação dessa antena, ou seja, a interface entre a antena e a linha de transmissão que a alimenta (seja um cabo coaxial ou um guia de ondas do tipo elíptico, circular ou retangular).

Por *site* entende-se um sítio (local) onde esteja instalada uma estação de microondas (terminal ou repetidora).

PC (ponto crítico) é um obstáculo físico à propagação direta dos sinais de microondas (como um prédio, uma árvore, um morro).

A sobre-elevação Δh (conhecida como *earth bulge*, em inglês) de um certo obstáculo é a correção altimétrica nele efetuada para se levar em conta o encurvamento dos sinais de microondas devido à propagação através das camadas da troposfera e também devido à curvatura da Terra. Matematicamente temos:

$$Dh = \frac{d1 \times d2}{12,74 \times K} \quad (1)$$

onde $d1$ e $d2$ foram previamente definidos e K é o coeficiente do raio aparente da Terra (o fator K da propagação). As distâncias $d1$ e $d2$ devem ser expressas em quilômetros para que a sobre elevação Δh seja calculada em metros (notar a presença do fator transformativo 12,75). O fator K é um fator de escala e é puramente adimensional (ou seja, é uma razão entre grandezas físicas expressas na mesma unidade de medida).

O raio *RFI* do primeiro elipsóide de Fresnel (no ponto crítico) é dado matematicamente por:

$$Dh = \sqrt{\frac{d1 \times d2}{d \times f}} \quad (2)$$

onde f é a frequência do sinal de microondas. Nesta fórmula as distâncias $d1$, $d2$ e d devem ser expressas em quilômetros e a frequência f do sinal deve ser expressa em gigahertz (GHz) para que o raio *RFI* seja dado em metros.

Como, normalmente, se transmite uma banda de frequências e não somente um sinal de frequência única e bem definida, pergunta-se qual será o valor que devemos usar no cálculo do raio do elipsóide? Usualmente emprega-se o valor da frequência da onda portadora ($f = fc$).

A folga F de altura devido à incertezas é um incremento dado à altura medida total ($= h_{med}$) para considerar eventuais erros de medição no processo. Existe norma *TELEBRÁS* que aconselha uma folga de 5 metros; existem, porém, empresas que usam valores diferentes (2 metros é um deles) ou que nada usam. Se o levantamento topográfico tiver sido bem feito não há necessidade de se considerar a folga F nos obstáculos.

Algumas vezes a folga F é usada para se levar em consideração o possível crescimento de algumas árvores na região do obstáculo em relação à altura da época do *survey* (plantações de eucaliptos são um caso clássico).

3. DEDUÇÃO DA FORMULAÇÃO

Sejam os triângulos retângulos CDE ($D = 90^\circ$) e CFG ($F = 90^\circ$). As cotas desses 5 pontos estão mostradas na figura 2. Assim sendo:

$$\begin{aligned} \text{cota } C &= \text{cota } D = \text{cota } F = hA + HA \\ \text{cota } E &= H + hpc + \Delta h + RFI + F \\ \text{cota } G &= hB + HB \end{aligned}$$

Estando todas as grandezas expressas na mesma unidade de medida vamos calcular a tangente do ângulo θ .

$$\text{Tan } q = \frac{(hA + HA) - (H + hpc + \Delta h + RFI + F)}{d1} \quad (3)$$

pois o segmento \overline{DE} mede a cota superior (cota de D) menos a cota inferior (cota de E), ou seja:

$$\overline{DE} = (hA + HA) - (H + hpc + \Delta h + RFI + F)$$

No triângulo retângulo CFG temos:

$$\text{Tan } q = \frac{(hA + HA) - (hB + HB)}{d1 + d2} \quad (4)$$

Explicitando-se hB (a nossa incógnita) como função das outras grandezas temos:

$$hB = hA + HA - HB - d \times \text{Tan } \theta \quad (5)$$

e substituindo-se o valor previamente calculado para a tangente do ângulo theta chegamos finalmente a:

$$hB = hA + HA - HB - d \times \left[\frac{(hA + HA) - (H + hpc + \Delta h + RFI + F)}{d1} \right] \quad (6)$$

A altura hB está, portanto, posta em função das demais grandezas, ou seja:

$$hB = \text{Func}(hA, HA, HB, d1, d, H, hpc, \Delta h, RFI, F)$$

4. APPROACH PARA O CÁLCULO

As grandezas HA , H , hpc e HB devem ser medidas em campo (ou lidas de uma carta topográfica). As distâncias $d1$, $d2$ e d podem ser medidas no próprio campo (através ou de distanciômetros ou de telurômetros), medidas em carta topográfica ou calculadas a partir das coordenadas geográficas dos pontos (os *sites* A e B e o obstáculo PC).

A sobre-elevação Δh e o raio do primeiro elipsóide de Fresnel $RF1$ são calculados pelas fórmulas apresentadas anteriormente.

A folga F deverá ser selecionada em função da situação específica do obstáculo (ver os comentários anteriores).

Uma vez que tenhamos todas essas grandezas já definidas a fórmula 6 deve ser posta no interior de um laço iterativo (uma estrutura de repetição do tipo *FOR-TO-NEXT*).

Inicia-se o cálculo arbitrando-se um valor inicial para a altura hA (geralmente zero metros) e calculando-se o valor correspondente para hB .

O cálculo prossegue através de incrementos positivos constantes no valor de hA (frequentemente esse *step* é de 5 metros) e os correspondentes valores de hB (que é a nossa variável de saída).

Os incrementos de plataforma são geralmente 5 metros pois nas torres de transmissão de microondas de longa distância as plataformas costumam estar espaçadas de 5 em 5 metros. Para facilitar não apenas a instalação mas também a manutenção, as antenas devem sempre ser instaladas onde houver plataformas nas torres.

Um tal programa de computador tem 3 módulos principais: um módulo de entrada (onde as variáveis de entrada são pedidas pelo programa); um módulo calculador e um módulo de saída (onde a variável de saída é apresentada em monitor de vídeo ou em impressora ou em ambos).

As variáveis de entrada são: HA , HB , $d1$, d , H , hpc , f (frequência), F (folga) e o fator K . O programa calcula $d2$ ($d2 = d - d1$), Δh e $RF1$. A altura hA recebe um valor inicial (que pode ser arbitrado pelo programa ou pedido por ele). Usando a fórmula 6 o programa calcula o segundo elemento do par (hA , hB) gerando uma tabela de pares admissíveis (teoricamente) de alturas de antenas.

Normalmente um bom programa pede dois valores para o fator de propagação K . O primeiro deles é o chamado K mediano (= K 50%) e o segundo é o chamado K mínimo (digamos K 0,1%).

Adicionalmente é também pedido o percentual de desobstrução desejado para o raio da primeira zona de Fresnel. Para K mediano costuma-se usar uma desobstrução de 100% (cem por cento do raio da primeira zona de Fresnel livre de obstruções) e para K mínimo costuma-se usar uma desobstrução de 60% (60 por cento do raio da primeira zona de Fresnel livre de obstruções). Em alguns casos particulares usa-se uma desobstrução de 30% (trinta por cento) do raio da primeira zona de Fresnel.

No caso de se empregar 2 valores diferentes para o fator de propagação K (e a desobstrução percentual correspondente) poderão ser impressas duastabelas (uma para cada valor de K) ou uma única tabela (tabela do pior caso).

Esse programa foi desenvolvido pelo autor na linguagem de programação *Quick BASIC* da Microsoft Corporation, funcionando atualmente sob a sua versão executável (um arquivo do tipo *EXE*).

O programa permite, obviamente, trabalhar com diversos obstáculos e não apenas com um (para ser mais claro o vetor obstáculo possui 10 posições).

Pode atuar com dois valores distintos para o fator *K* assim como para os percentuais de desobstrução do raio do primeiro elipsóide de Fresnel (são as variáveis de entrada *K1*, *K2*, *desob1* e *desob2*).

Com o intuito de ser o mais genérico possível é também solicitado que o usuário entre com o incremento de plataforma (muito embora o valor *default* seja igual a 5 metros).

5. UM ERRO JÁ OCORRIDO

Certa vez, em um determinado trabalho, houve uma inversão no sinal do numerador da equação 3. Com esta inversão ocorreu um erro bem grave. Senão vejamos a demonstração.

$$\tan(-q) = \frac{\text{Sen}(-q)}{\text{Cos}(-q)} = \frac{-\text{Sen}(q)}{\text{Cos}(q)} = -\tan(q)$$

e portanto,

$$\tan(\theta)_{\text{certa}} = Y$$

$$\tan(\theta)_{\text{errad}} = -Y \quad \text{logo,} \quad \tan(\theta)_{\text{certa}} = -\tan(\theta)_{\text{errad}}$$

$$hB_{\text{certa}} = hA + HA - HB - d \times \tan(\theta)_{\text{certa}}$$

$$hB_{\text{errad}} = hA + HA - HB - d \times \tan(\theta)_{\text{errad}}$$

Subtraindo uma equação da outra temos finalmente:

$$hB_{\text{errad}} = hB_{\text{certa}} + 2 \times d \times \tan(\theta)_{\text{certa}}$$

O erro que se cometeu por se ter trocado o sinal da tangente na equação 3 foi, portanto, igual a:

$$hB_{\text{errad}} - hB_{\text{certa}} = \text{Erro}$$

$$\text{Erro} = 2 \times d \times \tan(\theta)_{\text{certa}} \tag{7}$$

6. BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA PARA LEITURA

1. Manual Explicativo do Programa TORRE.BAS (arquivo TORRE.DOC). Engenheiro Marcello Praça Gomes da Silva, 1991.